



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ HLUKU VYZAŘOVANÉHO
TRAMVAJOVÝM KOLEM PŘI PRŮJEZDU ZATÁČKOU**

COMPUTATIONAL MODELING OF NOISE EMITTED BY TRAM WHEEL DURING CORNERING

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jakub Motyka

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Pavel Švancara, Ph.D.

BRNO 2017

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Jakub Motyka**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce: **Ing. Pavel Švancara, Ph.D.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Výpočtové modelování hluku vyzařovaného tramvajovým kolem při průjezdu zatáčkou

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při průjezdu tramvaje zatáčkou dochází v důsledku kontaktu a působení třecích sil mezi koly a kolejnicí ke vzniku nestabilních komplexních vlastních frekvencí kola, což má za následek vyzařování intenzivního pískavého zvuku. Analýza tohoto jevu je důležitá pro návrh úprav potlačujících tento nežádoucí jev. Diplomová práce bude realizovaná ve spolupráci s firmou MECAS ESI s.r.o. řešící daný problém pro svého zákazníka. Cílem práce je s využitím metody konečných prvků vytvořit výpočtový model pro predikci hluku vyzařovaného tramvajovým kolem při průjezdu zatáčkou pro tramvaj Škoda T26.

Cíle diplomové práce:

- 1) Dle literatury vypracujte stručný přehled v současnosti používaných výpočtových metod pro predikci hluku vyzařovaného koly kolejových vozidel při průjezdu zatáčkou.
- 2) Vytvoření geometrického modelu a sítě konečných prvků tramvajového kola a kolejnice.
- 3) Porovnání metod pro výpočet nestabilních vlastních frekvencí kola s vlivem kontaktu kola s kolejnicí dostupných v programovém systému ANSYS.
- 4) Výpočet hluku vyzařovaného tramvajovým kolem při průjezdu zatáčkou pro předpokládaný průběh zatížení.
- 5) Analýza vlivu vybraných parametrů modelu na vyzařovaný hluk.

Seznam literatury:

ZIENKIEWICZ, O.C. a R.L. TAYLOR. The Finite Element Method. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2011. ISBN 1856176304.

THOMPSON, D.J. a C.J.C. JONES. A review of the modelling of wheel/rail noise generation. Journal of Sound and Vibration. 2000, roč. 231, č. 3, s. 519-536. ISSN 0022460X.

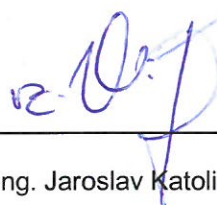
HECKL, Maria. A. a I.D. ABRAHAMS. Curve Squeal of Train Wheels, Part 1: Mathematical Model for Its Generation. Journal of Sound and Vibration. 2000, roč. 229, č. 3, s. 669-693. ISSN 0022460X.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17.

V Brně, dne 4. 11. 2016



prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu



doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato práce se věnuje výpočtovému modelování jevu pískání tramvajových kol při průjezdu oblouky o malém poloměru. Přítomnost příčného prokluzu v kontaktu mezi kolem a kolejnicí spolu s jevem prokluz-ulpění (slip-stick) vede k samobuzenému kmitání kola, což má za následek vyzařování nepříjemného pískavého zvuku. Byly vytvořeny dva MKP modely řešené ve frekvenční oblasti. První model je založen na předepnuté modální analýze. Vzhledem k tomu, že matice tuhosti soustavy je nesymetrická, mohou se vyskytnout nestabilní vlastní čísla. Předpokládá se, že samobuzené kmity kola se vyskytnou na frekvencích odpovídajících těmto vlastním číslům. Druhý model využívá odezvu na buzení harmonickou silou (harmonickou analýzu). Kolo je buzeno silou v kontaktu ve směru příčného prokluzu. Kontaktní síla je získána externě pomocí jednoduchého analytického modelu řešeného v časové oblasti. Výsledky získané v harmonické analýze jsou dále použity pro výpočet hluku vyzařovaného kolem.

ABSTRACT

This thesis deals with computational modeling of curve squeal noise phenomena which occurs during cornering tight curves by trams. Lateral creep between rail and wheel and slip-stick phenomena leads to self-excited vibrations of the wheel which, therefore, emits unpleasant high-pitched noise. Two FEM models in frequency domain are carried out. First model is based on prestressed modal analysis. Due to unsymmetric stiffness matrix, unstable eigenvalues can occur. It is assumed that self-excited vibrations occurs on frequencies corresponding to that eigenvalues. Second model uses harmonic response analysis. It examines vibrations of the wheel excited by lateral creep force acting in contact region. This force is obtained externally by simple time-domain model. Results from harmonic response are used consequently for noise radiation computation.

KLÍČOVÁ SLOVA

tramvaj, pískání kol při průjezdu oblouky, mechanismus prokluz-ulpění, samobuzené kmitání, předepjatá modální úloha, harmonická úloha, vyzařování hluku

KEYWORDS

tram, curve squeal, slip-stick mechanism, self-excited vibrations, prestressed modal analysis, harmonic response, noise radiation

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

MOTYKA, J. *Výpočtové modelování hluku vyzařovaného tramvajovým kolem při průjezdu zatáčkou*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 97 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Pavel Švancara, Ph.D..

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu diplomové práce panu Ing. Pavlu Švancarovi, Ph.D. za odborné konzultace, rady a cenné připomínky. Dále děkuji svým rodičům a blízkým za podporu po celou dobu mého studia.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, pouze pod odborným vedením pana Ing. Pavla Švancary, Ph.D. a s použitím literatury, kterou uvádím v seznamu na konci této práce.

V Brně dne 26.5.2017

Jakub Motyka

OBSAH

1	ÚVOD.....	13
2	FORMULACE PROBLÉMU A CÍLŮ ŘEŠENÍ.....	14
2.1	FORMULACE PROBLÉMU	14
2.2	CÍLE ŘEŠENÍ.....	14
2.3	POZNÁMKA KE SPOLUPRÁCI	14
3	HLUK KOLEJOVÝCH VOZIDEL	15
3.1	AERODYNAMICKÝ HLUK	15
3.2	HLUK TRAKCE.....	15
3.3	HLUK VALENÍ	15
3.4	HLUK PŘI PRŮJEZDU OBLOUKY S MALÝM POLOMĚREM	17
3.5	OSTATNÍ ZDROJE HLUKU.....	17
4	PŘÍČINY VZNIKU PÍSKÁNÍ V OBLOUCÍCH.....	18
4.1	PŘÍČNÝ PROKLUZ.....	20
4.2	PODÉLNÝ PROKLUZ.....	20
4.3	MECHANISMUS SLIP-STICK.....	21
4.4	SAMOBUZENÉ KMITÁNÍ	22
5	ŘEŠENÍ VE FREKVENČNÍ A ČASOVÉ OBLASTI	23
5.1	MODÁLNÍ ANALÝZA.....	23
5.2	HARMONICKÁ ANALÝZA.....	24
6	PŘEHLED METOD PUBLIKOVANÝCH V LITERATUŘE	25
6.1	ANALYTICKÉ MODEL Y	25
6.2	NUMERICKÉ MODEL Y	25
6.2.1	MODÁLNÍ ANALÝZA.....	26
6.2.2	PŘECHODOVÁ (TRANSIENTNÍ) ANALÝZA	26
6.3	KOMBINOVANÉ MODEL Y	27
6.4	MĚŘENÍ	30
6.5	DALŠÍ PRÁCE.....	31
6.6	PŘÍBUZNÝ PROBLÉM – PÍSKÁNÍ AUTOMOBILOVÝCH BRZD	34

7	VÝPOČTOVÝ MODEL POUŽITÝ V PRÁCI	36
7.1	POUŽITÝ SW A HW	37
7.2	GEOMETRIE	38
7.3	MODEL MATERIÁLU	39
7.4	KONTAKTY MEZI TĚLESY	40
7.5	SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ	42
7.6	OKRAJOVÉ PODMÍNKY	44
7.6.1	OKRAJOVÉ PODMÍNKY A ZATÍŽENÍ KOLA	44
7.6.2	OKRAJOVÉ PODMÍNKY KOLEJNICE	45
8	NELINEÁRNÍ STATICKÁ ANALÝZA.....	47
8.1	NASTAVENÍ ÚLOHY A BLOK PŘÍKAZŮ APDL	47
8.2	PŘÍKAZ CMROTATE	48
8.3	VÝSLEDKY	49
9	PŘEDEPJTÁ MODÁLNÍ ANALÝZA.....	53
9.1	NASTAVENÍ ÚLOHY A BLOK PŘÍKAZŮ APDL	53
9.2	ŘEŠENÉ VARIANTY	54
9.3	VÝSLEDKY	55
9.4	ALTERNATIVY ŘEŠENÍ PROBLÉMU V SYSTÉMU ANSYS	59
9.4.1	ČÁSTEČNĚ NELINEÁRNÍ PŘEDEPJTÁ MODÁLNÍ ANALÝZA.....	59
9.4.2	LINEÁRNÍ NEPŘEDEPJTÁ MODÁLNÍ ANALÝZA	59
9.4.3	PRVEK MATRIX27	59
9.5	OBECNÉ ZKUŠENOSTI S ÚLOHOU	62
10	MODEL BUDÍCÍ SÍLY	63
10.1	ZÁKLADNÍ PŘEDPOKLADY	63
10.2	GREENOVA FUNKCE	64
10.3	ČASOVÁ ODEZVA DISKU	65
10.4	IMPLEMENTACE	67
10.5	SIMULACE A VÝSLEDKY	68
11	HARMONICKÁ ANALÝZA.....	69
11.1	NASTAVENÍ ÚLOHY	70

11.2	BUDÍCI SÍLA	70
11.3	VÝSLEDKY	72
12	AKUSTICKÁ ANALÝZA	77
12.1	GEOMETRIE A SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ	77
12.2	OKRAJOVÉ PODMÍNKY	79
12.3	AKUSTICKÉ VELIČINY	80
12.4	VÝSLEDKY	82
12.5	VLIV VYBRANÝCH PARAMETRŮ NA VYZAŘOVANÝ HLUK	88
13	ZÁVĚR	91
14	NÁMĚTY K POKRAČOVÁNÍ V PRÁCI	93

1 ÚVOD

Provoz mnoha strojů, včetně dopravních prostředků, doprovází vznik hluku, tedy zvuku s rušivým charakterem. Nadměrná expozice hluku je obtěžující a zdraví škodlivá. Proto jsou ze strany výrobců a provozovatelů strojů a zařízení snahy o jeho minimalizaci. Tyto snahy jsou motivovány také nutností dodržet legislativní předpisy týkající se hygieny, které se až na výjimky během let zpřísňují. V České republice je závazné např. nařízení vlády č. 272/2011 Sb., o ochraně zdraví před nepříznivými účinky hluku a vibrací.

Metody redukce hluku můžeme obecně rozdělit na aktivní a pasivní. Aktivní redukce hluku je taková, kdy úpravou samotného zdroje je docíleno menšího vyzařování hluku. Pasivní redukce hluku omezuje šíření již vyzářeného hluku do okolí.

Železniční (a tramvajová) doprava je obecně považována za příznivou k životnímu prostředí, zvláště při použití elektrické trakce. Oproti silniční dopravě má větší přepravní kapacitu a energetickou účinnost. Co však zůstává problémem je hluk v okolí tratí a vibrace přenášené do podloží. Pokud jako jeden ze zdrojů hluku v železniční dopravě identifikujeme kmitání kol a kolejnic buzené silami působícími v kontaktu kolo-kolejnice, pak například náhrada klasické stykované koleje kolejí bezstykovou spadá do aktivní redukce hluku. Výstavba protihlukové zdi je typickým představitelem redukce pasivní.

Tramvajové tratě mají oproti železničním svá specifika. Problematické je zejména jejich umístění, v ČR většinou přímo na pozemní komunikaci (tramvajový pás) v souvislé obytné zástavbě. Toto uspořádání má dva negativní důsledky: jsou kladeny zvýšené požadavky na minimalizaci vyzařovaného hluku a možnosti pasivní redukce hluku jsou zároveň velmi ztíženy. Z tohoto důvodu je potřebné znát mechanismy vzniku hluku a vhodnou konstrukcí vozidel a tratí jeho vznik omezovat.

Dalším specifikem jsou velmi malé poloměry oblouků, místy jen 20 m (oproti tomu na železnici minimálně 150 m). Při průjezdu vozem takovým obloukem často vzniká subjektivně velmi nepříjemný hluk – pískání, angl. curve squeal. Právě tomuto fenoménu se věnuje předkládaná práce.

2 FORMULACE PROBLÉMU A CÍLŮ ŘEŠENÍ

2.1 Formulace problému

Při průjezdu tramvaje zatáčkou dochází v důsledku kontaktu a působení sil mezi koly a kolejnicí ke vzniku nestabilních komplexních vlastních frekvencí kola, což má za následek vyzařování intenzivního pískavého zvuku.

2.2 Cíle řešení

Cíle práce lze shrnout do následujících bodů:

- stručně popsat mechanismy vzniku hluku při provozu tramvají se zaměřením na hluk vznikající při průjezdu oblouky
- prozkoumat možnosti predikce vyzařovaného hluku pomocí nástrojů ve výpočetním systému ANSYS
- vytvořit výpočtový model pro predikci hluku
- provést analýzu vybraných parametrů na vyzařovaný hluk

2.3 Poznámka ke spolupráci

Předkládaná diplomová práce byla zpracována ve spolupráci s firmou MECAS ESI s.r.o., která daný problém řeší pro svého zákazníka. Na konzultacích se proto kromě vedoucího podíleli také odborníci z praxe.

Při potřebě odkazu na firmu bude v dalším textu práce uváděno „MECAS ESI“.

3 HLUK KOLEJOVÝCH VOZIDEL

Příčin vzniku nežádoucího hluku u kolejových vozidel je celá řada, nejčastěji se uvádí následující

- aerodynamický hluk
- hluk trakce
- hluk valení

a okrajově

- hluk při průjezdu oblouky s malým poloměrem
- ostatní

3.1 Aerodynamický hluk

Vzniká v důsledku proudění vzduchu a tvorby turbulencí kolem vnějších částí vozidla. Obecně platí, že tato složka hluku začíná být významnou až při rychlostech pohybu vozidla nad 200 km/h [35]. V podmínkách ČR je nejvyšší povolená rychlost na železnici 160 km/h, na tramvajových tratích se pak dosahované rychlosti pohybují do 80 km/h. Proto problematiku této složky hluku má smysl řešit spíše u vysokorychlostních vlaků.

3.2 Hluk trakce

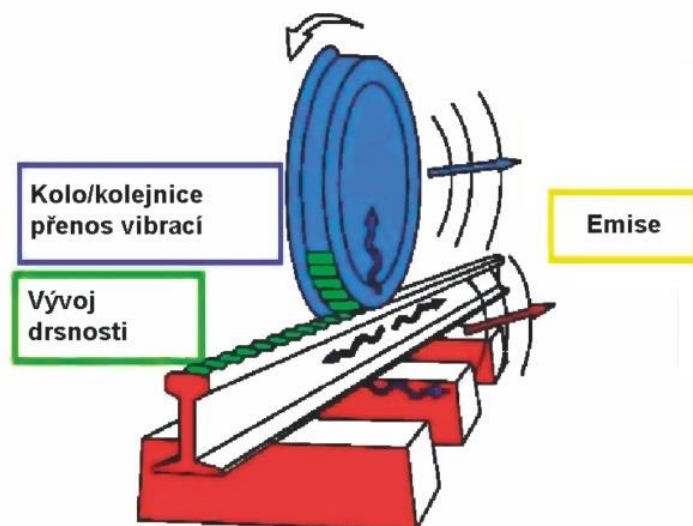
Jako hluk trakce je označován hluk pohonu, tedy většinou trakčních motorů. U železnice se v současné době používá trakce nezávislá a závislá, v případě tramvají pouze závislá. Primárním zdrojem hluku u nezávislé trakce je dieselový motor. Jeho hlukové emise závisí především na otáčkách, nejvyšší jsou při rozjezdu vozidla. V případě závislé trakce je hlavním zdrojem hluku elektrický motor. Jeho hlukové emise jen málo závisí na jeho otáčkách (potažmo rychlosti vozidla).

Dalšími zdroji hluku spadajícími do této kategorie jsou převody a ložiska pohonné soustavy a hluk elektrické výzbroje, např. regulace výkonu elektromotoru. Uvádí se, že hluk trakce je nejvýznamnější při rychlostech do 60 km/h [35].

3.3 Hluk valení

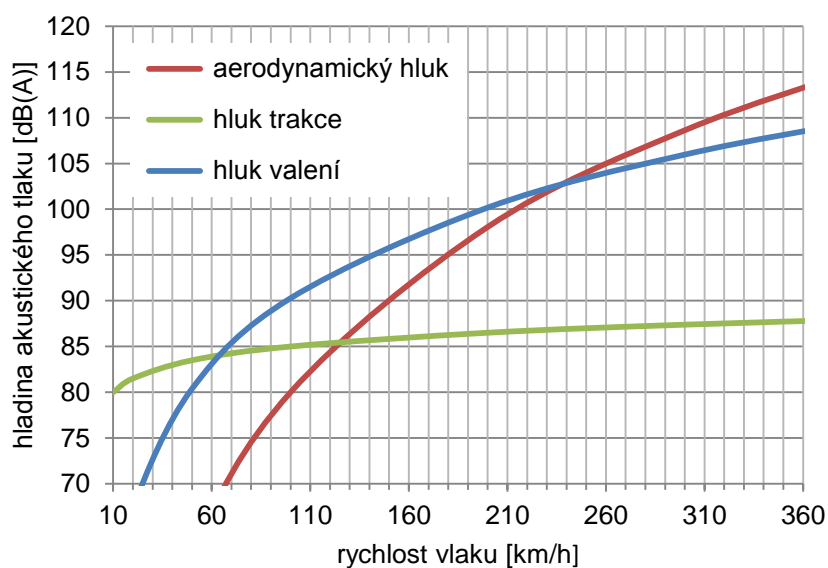
Odchylky geometrie kol a kolejnic od ideálního tvaru vlivem opotřebení a vad, přítomnost kolejových styků a výhybek nebo nevhodné postavení kola při odvalování

po kolejnici – to vše jsou příčiny jejichž důsledkem je vznik dodatečného silového působení v kontaktu kolo-kolejnice. Toto silové působení pak budí kmitání kola, kolejnice, podloží nebo částí vozidel a výsledkem jsou emise hluku, viz obr. č. 1.



obr. č. 1 – Emise hluku valením. Upraveno dle [4]

Problematiku valivého hluku řeší nejvíce autorů, zčásti proto, že jde o nejvýznamnější zdroj hluku na konvenční železnici, dominantní v rozmezí rychlostí 60 – 200 km/h [35]. Porovnání tří nejvýznamnějších zdrojů hluku kolejových vozidel v závislosti na rychlosti pohybu je na obr. č. 2.



obr. č. 2 – Orientační závislosti hladiny akustického tlaku na rychlosti pohybu vlaku. Vytvořeno dle [35].

3.4 Hluk při průjezdu oblouky s malým poloměrem

Tato příčina vzniku hluku u kolejových vozidel nebývá v odborné literatuře většinou uváděna vůbec nebo jenom okrajově. Vyskytuje se na železničních i tramvajových tratích. Zvláště na tratích tramvajových jde (vzhledem k menším dosahovaným rychlostem) o významnou a subjektivně velmi nepříjemnou složku hluku. Jak bylo zmíněno v úvodní kapitole, projevuje se pískavým zvukem. Dále bude pro zjednodušení textu používán pojem **pískání, pískání v zatáčkách, pískání v obloucích** nebo angl. **curve squeal** pro tento zvukový projev, pro mechanismy zodpovědné za jeho vznik i pro fenomén jako takový.

Principiálně je za vznik pískání v obloucích zodpovědné dodatečné silové působení v kontaktu mezi kolem a kolejnicí. Dalo by se říci, že pískání je zvláštním případem hluku valivého. Protože jde o těžiště celé práce, je popisu tohoto fenoménu věnována kapitola 4.

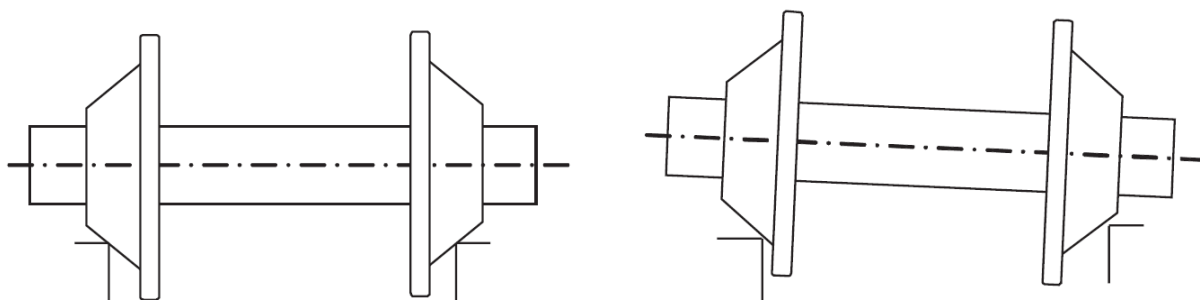
3.5 Ostatní zdroje hluku

Do této kategorie lze zahrnout ostatní zdroje hluku, které nebyly zmíněny v předcházejícím textu. Patří sem například:

- hluk při brždění
- hluk sběrače (kontakt sběrač-trolej)
- hluk přídavných zařízení (klimatizace, chlazení apod.)
- hluk signalizačních zařízení lokomotivy (klakson, lokomotivní píšťala)
- hluk signalizačních zařízení dráhy (výstraha na železničním přejezdu)
- a další

4 PŘÍČINY VZNIKU PÍSKÁNÍ V OBLoucÍCH

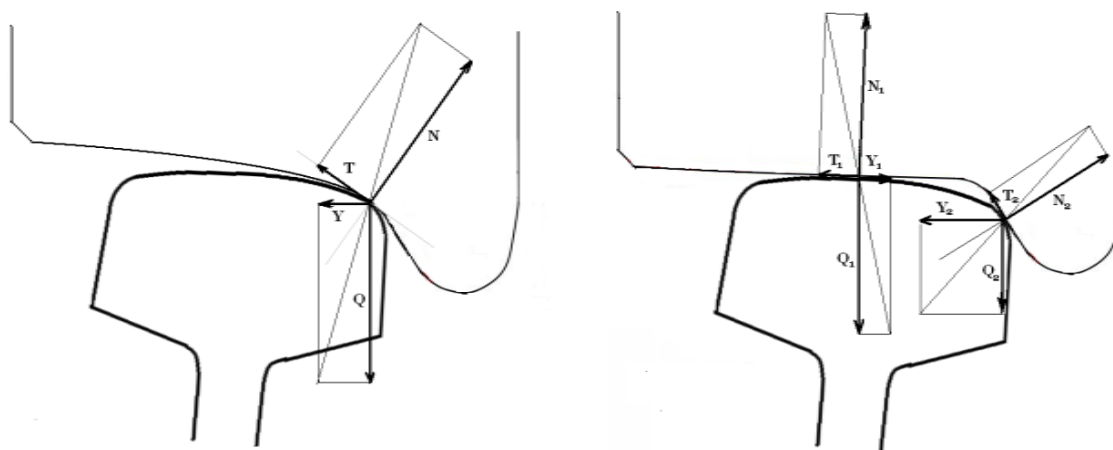
Při průjezdu železničního dvoukolí obloukem se mění postavení kol oproti jízdě v přímém úseku. Pojezdová plocha kol měla dříve kuželový profil, v současné době je to většinou některý z křivkových profilů. Existence těchto profilů má svůj význam. Při jízdě v přímém úseku má udržovat soukolí ve středu jízdní dráhy bez kontaktu okolů s kolejnicí, při jízdě v oblouku má kompenzovat rozdíl v délce trajektorie vnějšího a vnitřního kola (schematicky na obr. č. 3).



obr. č. 3 – Postavení kol v přímém úseku (vlevo) a v oblouku. [21]

V oblouku se může stát, že je okolek v kontaktu s kolejnicí. Proto musíme rozlišovat dvě kvalitativně odlišné situace – tzv. jednobodový a dvoubodový kontakt. Kontakt mezi železničním (tramvajovým) kolem a kolejnicí přenáší veškerá silová působení mezi vozidlem a kolejovým svrškem. Pro zjednodušení se tato silová působení většinou popisují pomocí osamělých sil.

V případě jednobodového kontaktu kola s kolejnicí se silové působení v kontaktu nahrazuje silou normálovou N a tečnou T . Tyto síly se pak dají rozložit na **svislou kolovou sílu Q** a **příčnou vodící sílu Y** (obr. č. 4).



obr. č. 4 - Silový rozklad v kontaktu kolo-kolejnice. [6]

V případě, že jde o hnané soukolí, které vyvíjí tažnou sílu, působí ve zbývajícím třetím směru síla **podélná značená T_x nebo F_x** . Ze značení těchto sil vyplývá orientace souřadného systému použitého dále v práci – osa x ve směru pohybu vozidla, y v příčném směru a z ve svislém.

Tyto síly se během pohybu vozidla mění, v ideálním případě dostatečně pomalu a hladce. Pro účely práce bude takové silové působení označeno jako základní. V kapitolách 3.3 a 3.4 bylo zmíněno, že příčinou hluku valení a pískání v zatáčkách je dodatečné silové působení. Jako dodatečné silové působení budou označovány rychlé změny těchto sil, jejich kmitavý charakter, nehladkosti nebo nespojitosti.

V případě hluku valení se dodatečné silové působení projeví hlavně ve svislé kolové síle Q . Při přejezdu nerovností se tato síla prudce mění. Při přejezdu dilatační mezery klasické stykované koleje může dojít i k úplné ztrátě kontaktu mezi kolem a kolejnicí a jeho opětovnému obnovení, což vede k nespojitosti. Toto dodatečné silové působení se pak chová jako budící síla a vzniklé kmitání kola, kolejnice nebo dalších součástí se projeví jako hluk.

V případě pískání v zatáčkách se dodatečné silové působení projevuje v příčné vodící síle Y a částečně také v podélné síle T_x . Jeho původcem však primárně nejsou nerovnosti.

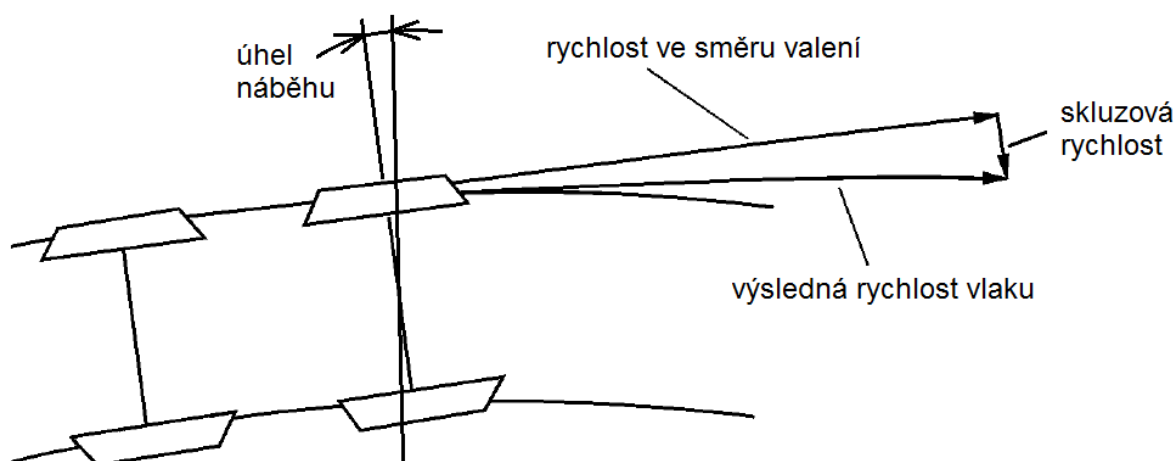
V jedné z prvních prací zaměřených na pískání v obloucích Rudd [18] uvádí tři možné mechanismy zodpovědné za vznik pískání – příčný prokluz, odírání okolku o kolejnici a podélný prokluz způsobený rozdílnými drahami uraženými vnějším a vnitřním kolem při průjezdu obloukem. Vše ve spojení s jevem slip-stick.

Později bylo zjištěno, že k pískání je nejnáchylnější vnitřní kolo vedoucí nápravy, které je v jednobodovém kontaktu. Vnější kolo ve dvoubodovém kontaktu, kde dochází k odírání okolku o kolejnici, se chová stabilněji [7]. Proto se další práce omezuje právě na vnitřní kolo.

Mechanismy uvedené v [18] jsou dodnes považovány za hlavní příčinu vzniku pískání v zatáčkách a jsou proto níže podrobněji vysvětleny.

4.1 Příčný prokluz

Většina železničních a tramvajových vozů má pojezd tvořený dvěma dvounápravovými podvozky s pevně uloženými nápravami. Z takového geometrického uspořádání je zřejmé, že směr odvalování všech kol nemůže být v oblouku tečný ke kolejnici. Experimentálně bylo zjištěno, že při průjezdu takového podvozku obloukem míří vedoucí náprava „ven“ z oblouku, schématicky je to zobrazeno na obr. č. 5.



obr. č. 5 – Průjezd podvozku obloukem. Upraveno dle [3]

Důsledkem toho je vznik příčné složky rychlosti, která bude označována jako skluzová rychlost (angl. crabbing speed) a značena V . Její velikost je závislá na rychlosti vozidla, poloměru oblouku a tzv. úhlu náběhu (angl. angle of attack), jehož velikost je v řádu jednotek stupňů. V závislosti na aktuálních podmínkách v kontaktu pak může dojít k příčnému prokluzu.

4.2 Podélný prokluz

Podélný prokluz kol se vyskytne pokud dojde k překročení meze adheze (klidového součinitele tření). K tomu může dojít např. při přílišném nárůstu tažné, resp. brzdě síly vyvíjené na kolo. Kolo se pak „utrhne“, dojde k nárůstu otáček a poklesu tažné síly, resp. zablokuje se a smýká se po kolejnici. Obojí je nežádoucí stav, kterému se snaží zabránit různé protiskluzové systémy (ekvivalentem těchto systémů u automobilů je ASR pro rozjezd a ABS pro brzdění).

Další situací, kdy k prokluzu dochází, je právě projíždění oblouků s malými poloměry. Vnější kolo musí urazit delší dráhu než kolo vnitřní a kompenzace pomocí

profilů pojížděných ploch kol (obr. č. 3) je v obloucích malých poloměrů nedostatečná. Musí tedy docházet k prokluzu.

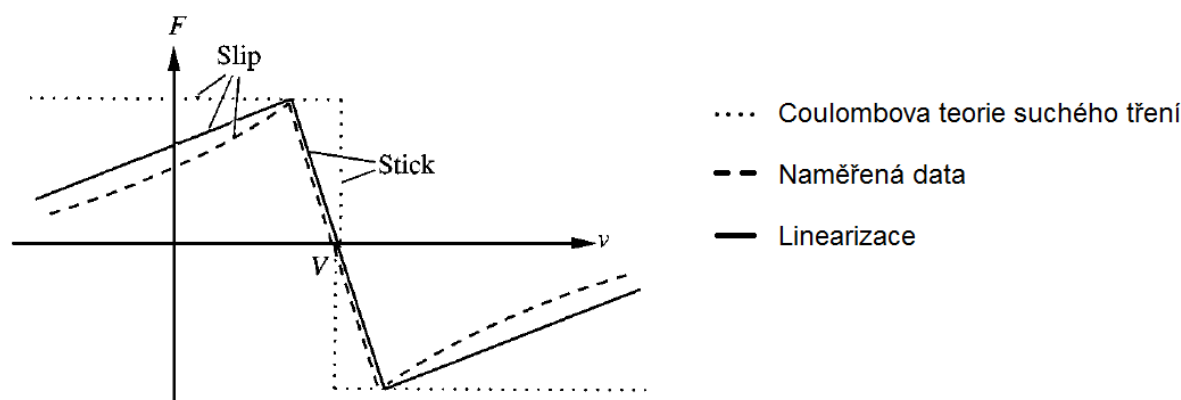
Při vývinu tažné síly kolejových vozidel jsou hnaná kola v permanentním prokluzu, který je označován jako účinný skluz. Vyjadřuje podíl mezi obvodovou rychlostí kola a rychlostí vozidla a pohybuje se v řádu jednotek procent.

4.3 Mechanismus slip-stick

Důležitým mechanismem, který se projevuje v kontaktní ploše je mechanismus slip-stick (čes. prokluz-ulpění). Je způsoben rozdílem mezi klidovým (statickým) a smykovým (dynamickým) součinitelem tření a úzce souvisí s kmitáním. Lze jej snadno vysvětlit na následujícím příkladu.

Při hře na smyčcové nástroje je zvuk vytvářen rozkmitáním struny pomocí smyčce. Při tahu smyčce po struně nejprve struna v kontaktu se smyčcem ulpí a je vychylována z rovnovážné polohy. Tím roste napjatost ve struně a také síla kterou přenáší kontakt. Po nárůstu na kritickou hodnotu danou přitlakem smyčce na strunu a klidovým součinitelem tření dojde ke skluzu struny po smyčci. Struna se pohybuje proti směru tahu smyčce až do okamžiku, kdy síla v kontaktu poklesne opět na hodnotu, kdy dojde k ulpění. Tento proces se rychle opakuje a proměnná kontaktní síla má charakter budící síly nuceného kmitání struny.

Základní charakteristikou popisující chování kontaktu je pak třecí charakteristika $F(v)$ (obr. č. 6), což je závislost velikosti kontaktní síly na rychlosti relativního pohybu kontaktních plošek. V je skluzová rychlost (rychlost tahu smyčce), v okamžitá rychlosti kmitu (struny) v místě kontaktu.



obr. č. 6 - Ukázka třecí charakteristiky. Upraveno dle [3].

4.4 Samobuzené kmitání

Existence prokluzů a jevu slip-stick může mít na svědomí vznik tzv. samobuzeného kmitání. Tento druh kmitání vzniká v systémech se zpětnou vazbou, která obsahuje mechanismus vytvářející periodickou budící sílu. Pro samobuzené kmitání je typické:

- Amplituda kmitání postupně roste na mezní hodnotu, na které se ustálí. Existence této hodnoty je způsobena přítomností nelinearit v systému. Případně může dojít k poruše ještě před dosažením této hodnoty.
- Frekvence výsledného kmitání je rovna nebo blízká některé vlastní frekvenci systému.
- Na systém nepůsobí žádná vnější periodicky působící síla.
- Periodická budící síla vzniká přímo v systému, energii odebírá z vnějšího zdroje, který nemá periodický charakter.

Vznik samobuzeného kmitání je spojen se ztrátou stability systému. Hovoří se pak o nestabilních vlastních frekvencích, resp. tvarech. V praxi je takové kmitání většinou nežádoucí. Vyskytuje se často v těchto případech:

- Obráběcí stroje – kmitání soustavy nástroj-obrobek způsobuje zhoršení geometrických parametrů obráběné plochy a chvění celého stroje.
- Flutter – nežádoucí nestabilní rozkmitání stavebních nebo strojních konstrukcí při jejich obtékání vzduchem.
- Soukolí železničních vozidel – příčné kmitání soukolí, které „cestuje“ mezi kolejemi. Výsledkem je chvění celého vozu, poškození kol a kolejí a v extrémním případě i vykolejení.

Existují ovšem i případy, kdy se samobuzeného kmitání využívá:

- Hudební nástroje smyčcové – tah smyčce po struně vyvolá periodicky se měnící budící sílu a struna se rozkmitá.
- Některé hudební nástroje dechové – zvuk vzniká rozkmitáním plátku obtékaného vzduchem (klarinet, saxofon).
- Lidské hlasivky – vzduch obtékající při výdechu napjaté hlasivkové řasy je rozkmitá a tím vzniká hlas.

Při průjezdu kolejových vozidel oblouky s malým poloměrem pak může vzniknout ohybové samobuzené kmitání kola, které se zvukově projevuje jako pískání.

5 ŘEŠENÍ VE FREKVENČNÍ A ČASOVÉ OBLASTI

Úloha o pískání v obloucích je obecně nelineární. Pokud omezíme řešení problému na kmitavou soustavu kola a kolejnice s malými výchylkami, které jsou vázány s okolím lineárně a jsou navzájem svázány kontaktem, je jediným nelineárním prvkem v úloze právě kontakt. Proto se používají dva základní přístupy k řešení [21]:

- a) linearizace rovnic popisujících kontakt a řešení ve frekvenční oblasti
- b) řešení nelineárních rovnic v časové oblasti

Oba přístupy mají své výhody i nevýhody. Mezi hlavní výhody frekvenčního přístupu patří jednoznačně menší výpočetní náročnost. Model tak není nutné tolik zjednodušovat, je možné zahrnout detailní geometrii i dynamiku kola i tratě. Mezi jeho nevýhody patří kromě již zmíněné linearizace to, že poskytne informaci pouze o tom, zda se nestabilita vyskytne a na jaké frekvenci. Pro zjištění amplitud kmitání je třeba do modelu zadat frekvenční průběh budících sil zjištěný např. experimentálně. Řešení v časové oblasti je výpočetně náročné, většinou jsou nutná určitá zjednodušení modelu, poskytuje však informace i o amplitudách kmitů, ze kterých lze určit emise hluku.

V předkládané práci je problém řešen pomocí MKP [1] ve frekvenční oblasti pomocí dvou typů úloh – modální a harmonické. Následuje proto jejich stručný popis.

5.1 Modální analýza

Modální analýza neboli řešení úlohy o vlastních číslech nám dává informaci o vlastních frekvencích a tvarech kmitání dané soustavy těles. Ta je určena maticí hmotnosti M a tuhosti K . Po diskretizaci metodou konečných prvků lze psát pohybovou rovnici v maticovém tvaru pro netlumený systém jako

$$M\ddot{q} + Kq = 0 \quad (1)$$

kde q je vektor posuvů (výchylek) v uzlových bodech a \ddot{q} vektor zrychlení v uzlových bodech. Řešení předpokládáme ve tvaru harmonického průběhu kmitů

$$q = q_0 e^{i\Omega t} \quad (2)$$

po dosazení do (1)

$$(K - \Omega^2 M)q_0 = 0 \quad (3)$$

po převedení na standardní tvar

$$(M^{-1}K - \Omega^2 E)q_0 = 0 \quad (4)$$

Nutnou a postačující podmínkou existence netriviálního řešení je nulovost tzv. frekvenčního determinantu

$$\det(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{E}) = 0 \quad (5)$$

Výpočtem tohoto determinantu získáme tzv. charakteristickou rovnici, což je polynomičká rovnice pro Ω . Její kořeny jsou pak vlastní čísla

$$\Omega_i = \Omega_{i,Re} \pm i\Omega_{i,Im} \quad (6)$$

kde reálná část charakterizuje tlumení soustavy a informuje nás o stabilitě systému a imaginární část je vlastní úhlová frekvence. V programovém systému ANSYS je reálná část označována jako stability.

Pro netlumený systém platí, že pokud je matice \mathbf{K} symetrická, všechna vlastní čísla mají pouze imaginární část. Pokud je ale v systému přítomen prokluz v kontaktu, prvkové matice tuhosti kontaktních prvků se stanou nesymetrickými. To se projeví nesymetrií i v globální matici tuhosti. V takovém případě pak mohou být některá vlastní čísla komplexně sdružená. Pokud má takové komplexní číslo kladnou reálnou část, jde o nestabilní vlastní tvar.

Aby byl kontakt v modelu funkční, je třeba před výpočtem modální úlohy model předeptnout, např. zatížit kolo svislou kolovou silou Q . Počítá se tedy nejprve nelineární statická úloha a poté předeptatá komplexní modální úloha.

5.2 Harmonická analýza

Druhým typem úlohy řešeným v práci je harmonická úloha. Ta dává informace o odezvě dané soustavy těles na buzení harmonickými silami. Aby byly výsledky relevantní, je vhodné uvažovat i tlumení. Pohybová rovnice pro MKP výpočet má tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (7)$$

kde \mathbf{B} je matice tlumení, $\dot{\mathbf{q}}$ vektor rychlostí v uzlových bodech a \mathbf{F} vektor buzení. Pro buzení harmonickými silami má tvar

$$\mathbf{F} = (\mathbf{F}_0 e^{i\Psi}) e^{i\Omega t} \quad (8)$$

kde \mathbf{F}_0 je amplituda a Ψ fázový posun síly. Řešení rovnice (7) je ve tvaru

$$\mathbf{q} = (\mathbf{q}_0 e^{i\phi}) e^{i\Omega t} \quad (9)$$

kde \mathbf{q}_0 je amplituda a ϕ fázový posun výchylky. Dosazením rovnic (8) a (9) do rovnice (7) získáme výchozí pohybovou rovnici harmonické úlohy v MKP

$$(\mathbf{K} - \Omega^2\mathbf{M} + i\Omega\mathbf{B})\mathbf{q}_0 e^{i\phi} = \mathbf{F}_0 e^{i\Psi} \quad (10)$$

6 PŘEHLED METOD PUBLIKOVANÝCH V LITERATUŘE

Jednu z prvních prací na téma vzniku pískání v zatáčkách publikoval v roce 1976 Rudd [18]. Vyvinul model založený na analogii třecí charakteristiky s tlumičem s negativním tlumením, řešený ve frekvenční oblasti.

Ruddův model rozšířili v 90. letech Fingberg [19] a Périard [20]. Oba modely zahrnují lepší dynamiku kola, tratě a jsou řešeny v časové oblasti. Vyzařování hluku kola řeší Fingberg pomocí metody hraničních prvků, Périard pomocí Rayleighova integrálu.

V dalším textu jsou uvedeny příklady publikovaných prací, které jsou dle použitých metod rozděleny do několik základních kategorií.

6.1 Analytické modely

Tyto modely se vyznačují velkou mírou zjednodušení, mají obvykle jeden nebo jenom několik málo stupňů volnosti. Mezi jejich výhody patří rychlý výpočet a jednoduchá změna parametrů, jsou proto vhodné pro první přiblížení problému a parametrické studie. Jako příklad poslouží model od anglických autorů Heckla a Abrahamse z univerzity v Keele [3].

Tento model předpokládá pouze kmitání kola, které je modelováno jako mezikruhová deska konstantní tloušťky. Modální vlastnosti kola jsou reprezentovány pomocí jeho impulzní odezvy (Greenovy funkce). Kmitání je buzeno silou kolmou na rovinu desky. Okamžitá velikost této síly je pak řízena třecí charakteristikou. Odvozené integrální rovnice jsou řešeny iteračně. Výsledkem je časový průběh rychlosti kmitu kola v kontaktu a časový průběh síly v kontaktu. Tento model je použit dále v práci a jeho detailní popis je v kapitole 10.

6.2 Numerické modely

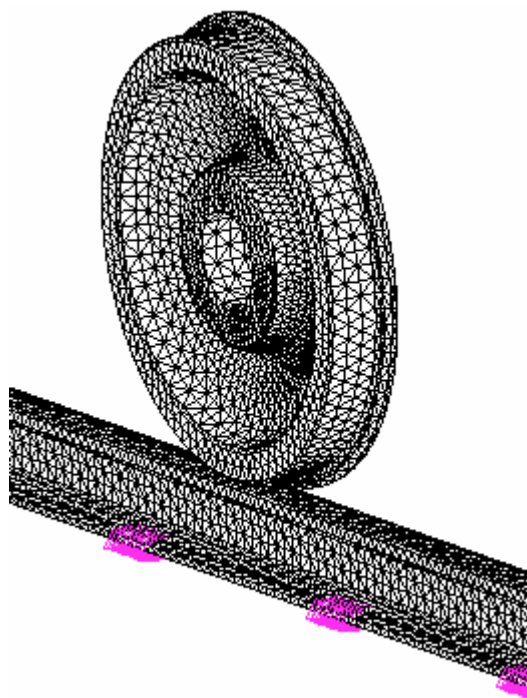
Vzhledem k rozvoji počítačové techniky se v současné době stále častěji používají numerické metody, zejména pak metoda konečných prvků (MKP, univerzální metoda) a metoda hraničních prvků (MHP, zejména pro výpočet samotného šíření hluku).

Jak bylo uvedeno na začátku kapitoly 5, existují v zásadě dva odlišné přístupy řešení této úlohy – ve frekvenční a v časové oblasti. Terminologií MKP je to řešení úlohy modální (harmonické) a přechodové (transientní).

6.2.1 Modální analýza

Chen, Xiao, Liu a Zhou ve svém článku [7] nejprve stručně uvádí důvody vzniku pískání v obloucích a popisují rozdílné postavení vnitřního a vnějšího kola v oblouku. Následně uvádí vysvětlení, jak se promítne prokluz v kontaktu do matice tuhosti prvku a globální matice tuhosti. Předepjatou modální analýzu řeší v softwaru NASTRAN a to zvláště pro vnější a vnitřní kolo. Jejich model je na obr. č. 7. Podpory v místě pražců jsou poddajné, mají určitou tuhost v příčném i podélném směru.

Autoři zkoumali vliv tří parametrů na výskyt nestabilit a došli k následujícím závěrům. S rostoucím součinitelem tření roste sklon ke vzniku nestabilit. Pozice kontaktu hraje důležitou roli, vnitřní kolo je náchylnější ke vzniku nestabilit. Změna tuhosti uložení kolejnic může potlačit výskyt nestabilit.

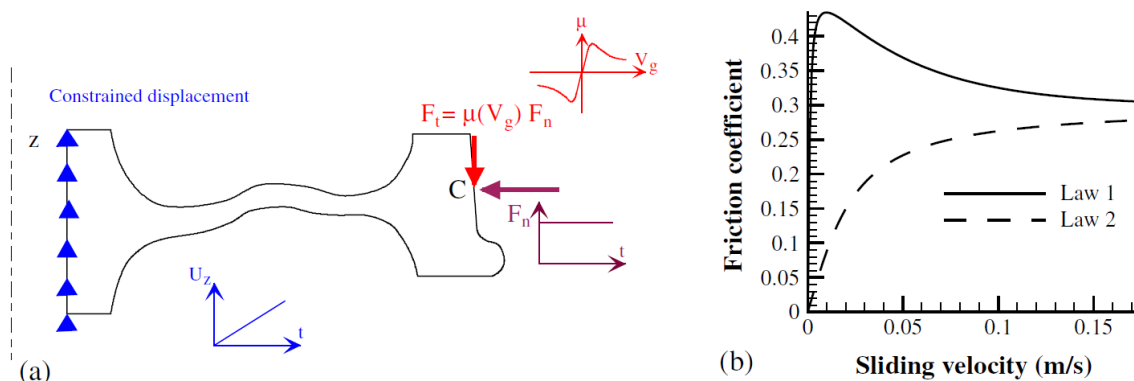


obr. č. 7 – Síť konečných prvků kolejnice a kola dle článku [7].

6.2.2 Přechodová (transientní) analýza

Přechodová neboli transientní analýza umožňuje zkoumat nestacionární chování mechanických soustav. Je tedy možné sledovat vznik samobuzeného kmitání, jeho rozvoj a ustálení díky přítomnosti tlumení a nelinearit. Nejdůležitější výsledky z přechodové analýzy jsou časové průběhy posuvů (rychlostí) – které lze použít pro další výpočet emisí hluku – a časový průběh kontaktní síly.

Brunel, Dufrénoy, Naït, Munoz a Demilly [8] vytvořili rotačně symetrický model, třetí rozměr modelují pomocí Fourierových řad. Použili dvě různé třecí charakteristiky. Model a třecí charakteristiky jsou na obr. č. 8.



obr. č. 8 – Model (a), použité třecí charakteristiky (b) dle článku [8].

Tento model je řešen pomocí vlastního algoritmu v časové oblasti. Pro vyhodnocení výsledků je pak provedena Fourierova transformace do frekvenční oblasti. Jako módy vydávající pískání byly identifikovány ohybové módy se 3, 4 a 5 uzlovými průměry, což je v dobré shodě s experimenty.

Další problém řešený v článku se týká zmírnění vyzařovaného hluku pomocí tlumících kroužků zalisovaných do kola.

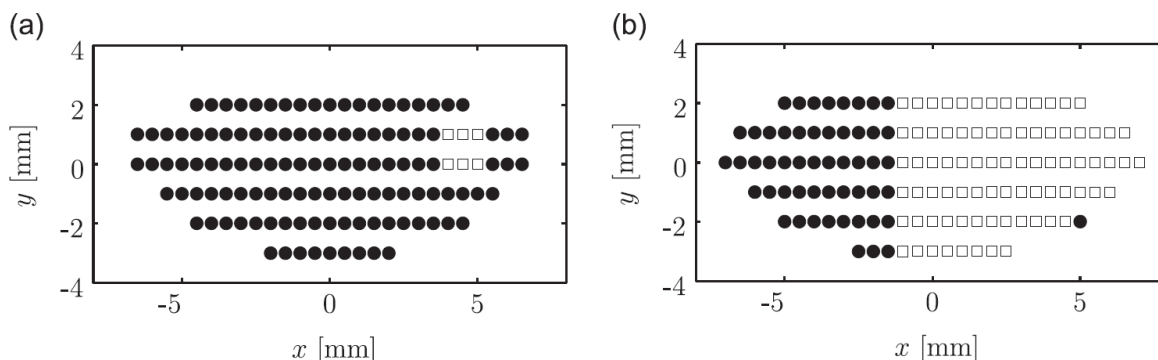
6.3 Kombinované modely

Protože plný 3D MKP model řešený v časové oblasti je velice výpočetně náročný, někteří autoři používají kombinaci několika přístupů, aby na jedné straně ušetřili výpočetní čas, na straně druhé vytvořili co nejpřesnější model. Dva příklady takových prací jsou uvedeny v dalším textu.

Pieringer [9] se věnuje příčinám vzniku pískání v obloucích. Uvádí zde, že ačkoli je za hlavní důvod vzniku nestability považován negativní sklon v třecí charakteristice (tedy rozdíl mezi statickým a dynamickým součinitelem tření), nestabilita se vyskytuje i při konstantní velikosti součinitele tření. Jako důvod uvádí tzv. coupling (provázanost) kmitů ohybových a tangenciálních.

Dynamika kola a kolejnice je popsána pomocí impulzních (Greenových) funkcí. Impulzní odezva kola je stanovena z axisymetrického MKP modelu, pro impulzní odezvu kolejnice je použit speciální model.

Kontaktní model je implementací Kalkerova modelu CONTACT, což je trojrozměrný nestacionární model valivého kontaktu. Je založen na předpokladu, že kolo a kolejnici je možné lokálně nahradit elastickými poloprostory. Potencionální plocha kontaktu je rozdělena do obdelníkových prvků, viz obr. č. 9.



obr. č. 9 – Ukázka Kalkerova modelu kontaktu. [9]

kolečko – slip (prokluz), obdelníček – stick (ulpění)

a) největší velikost zóny slip, b) největší velikost zóny stick

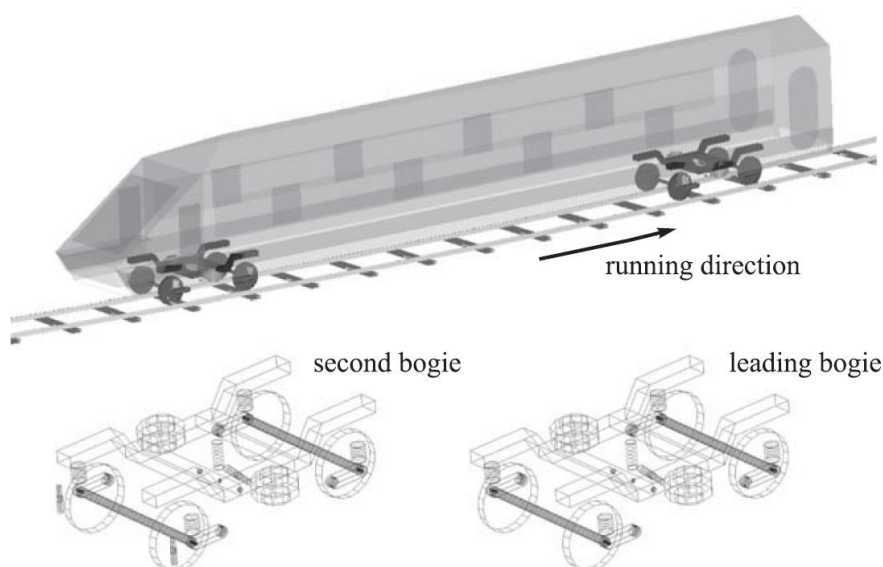
Následně je provedena analýza v časové oblasti a transformace do frekvenční. V závěru autoři uvádí, že nestabilní kmity mohou vzniknout díky couplingu kmitů i při konstantním součiniteli tření v kontaktu. Jako kolo s největší tendencí pískat je uvedeno vnitřní kolo vedoucího soukolí, což je v souladu s dříve publikovanými pracemi. Parametry, které mají největší vliv na výskyt pískání jsou příčný prokluz, příčná poloha kontaktu a třecí parametry.

Glocker, Cataldi-Spinola a Leine [10] z technické univerzity v Curychu nejprve uvádějí výsledky rozsáhlého měření, které bylo provedeno v rámci disertační práce zpracované na této univerzitě. Jako základní frekvenci pískání identifikovali 4 kHz a to na vnitřním kole vedoucího soukolí.

Pro stanovení modálních vlastností kola byl použit MKP axisymetrický model. Jeho síť byla navržena tak, aby se dal bez její úpravy měnit průměr kola, v práci se uvádí, že vlivem opotřebení a údržby se z počátečních 820 mm zmenší až na konečných 760 mm. Výstupem z této analýzy byly vlastní frekvence kola a tlumení jednotlivých kmitů.

V další části je stručně popsán multi-body model celého vozidla (obr. č. 10). Jako model kontaktu byl použit Polachův model. Byla provedena simulace průjezdu

zatáčkou a určeny parametry jako síly působící v kontaktech, prokluzu v kontaktech, úhel náběhu na jednotlivých kolech a další.

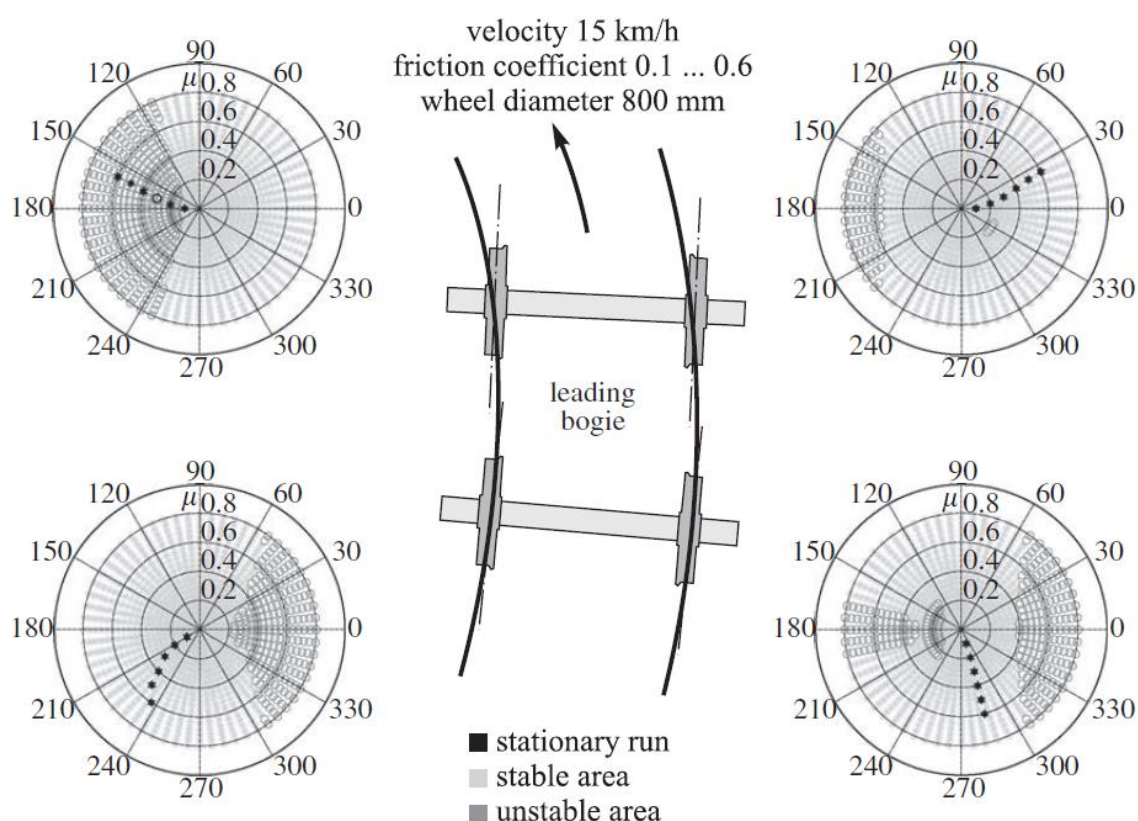


obr. č. 10 – Multi-body model celého vozidla. [10]

Hlavní částí celé práce je pak odvození vlastního modelu pískání. Jako vstup do tohoto modelu jsou využity výsledky modální analýzy kola a výsledky z multi-body simulace. Nejprve je provedena stabilitní analýza a posléze i výpočet v časové oblasti. Výsledky byly porovnány s naměřenými daty.

Velice zajímavé jsou tzv. grafy stability (obr. č. 11), které ukazují za jakých hodnot parametrů (směru prokluzu a součinitele tření) dojde k nestabilitě. Šedé tečky jsou oblasti nestabilní a černé tečky zobrazují hodnoty parametrů dosažené při multi-body simulaci.

V závěru autoři uvádějí důležité parametry, které ovlivňují výskyt nestabilit. Jsou jimi pozice kontaktu, úhel náběhu, geometrie kola a součinitel tření.



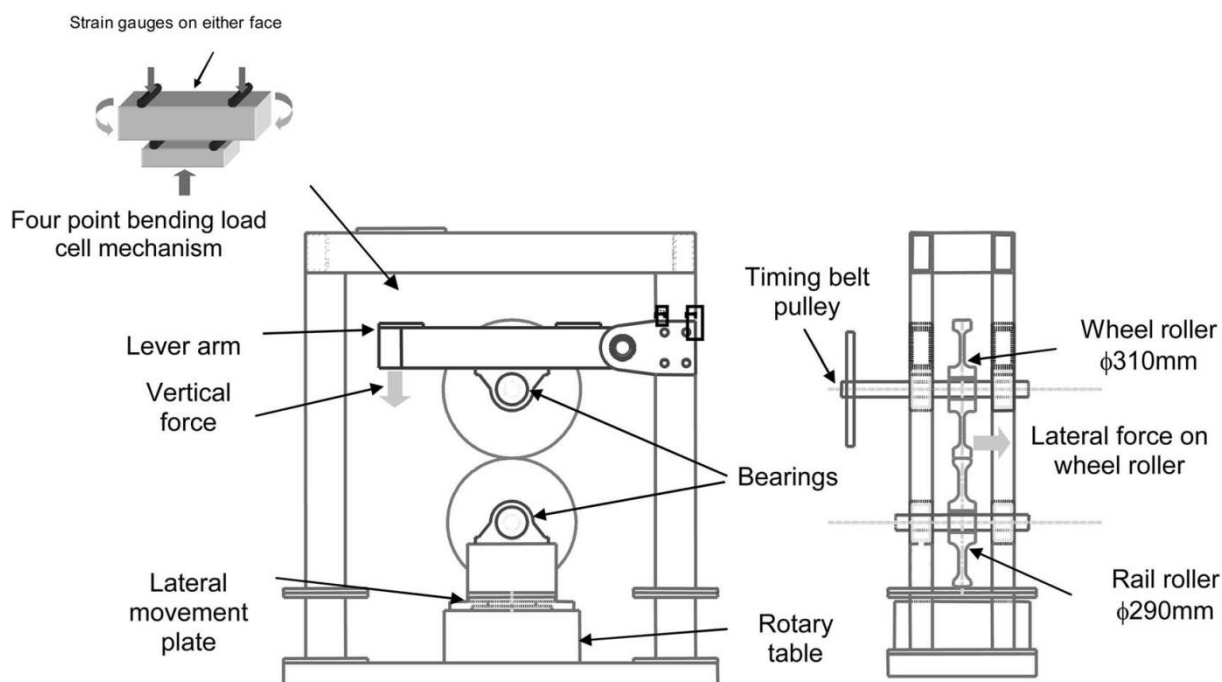
obr. č. 11 – Grafy stability pro kola vedoucího podvozku. [10]

6.4 Měření

Experimentální práce na téma výskytu pískání v obloucích, ať už měření probíhá v laboratoři nebo v terénu, mají velmi špatnou reprodukovatelnost. Je to zapříčiněno především množstvím parametrů, které výskyt tohoto fenoménu ovlivňují a velké citlivosti na hodnoty těchto parametrů.

Hsu, Huang, Iwnicki, Thompson, Jones, Xie a Allen [11] popisují konstrukci měřícího stavu složeného ze dvou spoluodvalujících se kol, z nichž jedno představuje kolo a druhé kolejnici (obr. č. 12).

Stav představuje model skutečného lokomotivního kola v třetinovém měřítku. Umožňuje regulaci kolové síly až do 4 kN. Pomocí posuvného a otočného stolu se dá nastavit příčná poloha kontaktu a úhel náběhu. Měřenými veličinami jsou hladina akustického tlaku pomocí mikrofónů, vibrace kola a „kolejnice“ pomocí akcelerometrů, kolová a vodící síla.



obr. č. 12 – Schéma měřicího stavu. [11]

Autoři nejprve měří modální vlastnosti kola do 10 kHz, které porovnávají s MKP výpočtem a konstatují dobrou shodu. Následně se věnují výsledkům měření na stavu. Uvádí, že bez použití tlumení se nejprve, od úhlu náběhu $0,42^\circ$, objevuje zvonění „kolejnice“ a od úhlu náběhu kolem 1° pískání kola. Při použití tlumení se tyto hodnoty sníží na $0,3^\circ$ a $0,45^\circ$. Tento výsledek ukazuje, že ne vždy má použití tlumení pozitivní efekt na výskyt pískání.

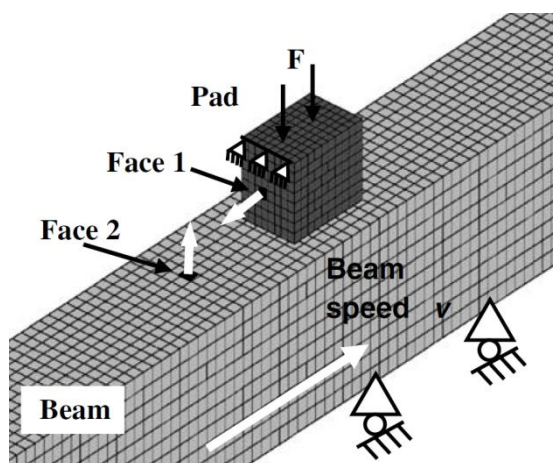
Experimentální výsledky následně srovnávají s teoretickým modelem Beera [12], který pracuje ve frekvenční oblasti. Jako zásadní parametr, který má vliv na výskyt pískání, uvádí autoři chování součinitele tření. Malý prokluz spolu s kladnou směrnici třecí charakteristiky zaručil stabilitu celého systému, naproti tomu velký prokluz se zápornou směrnici vedl k nestabilitě. Tato nestabilita byla dobře předpovězena teoretickým modelem.

6.5 Další práce

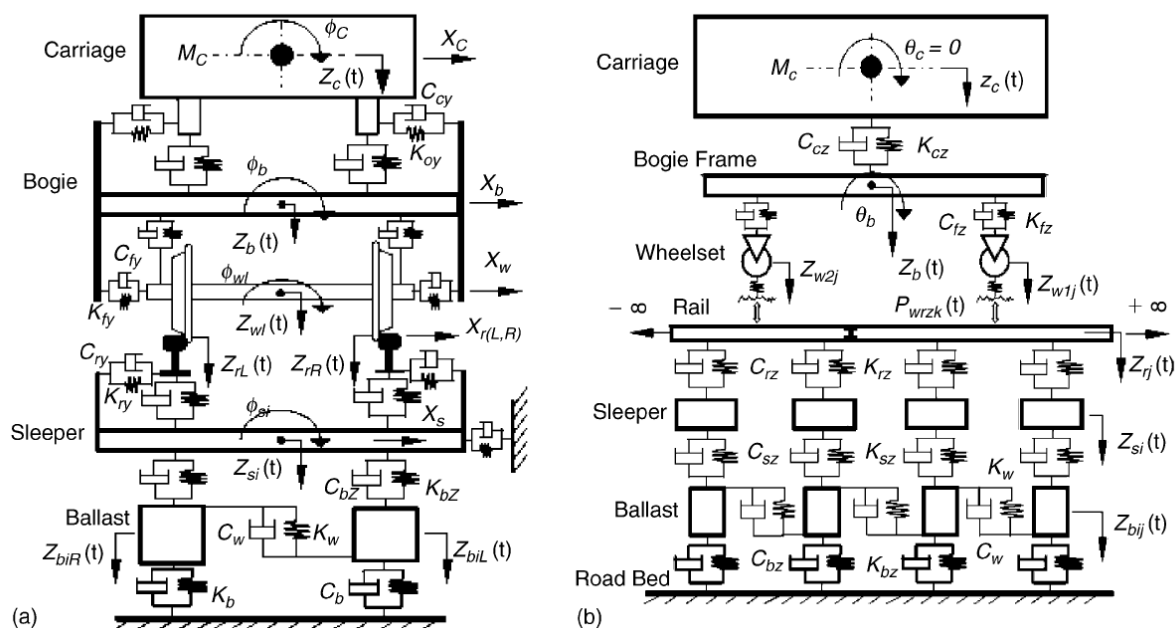
Ukázky dalších prací jsou zaměřeny na některé dílčí problémy spjaté s pískáním v zatáčkách nebo mají přehledový charakter.

Baillet, D'Errico a Laulagnet [13] se zabývají pouze mechanismem slip-stick a to na jednoduché geometrii nosník-kvádr (obr. č. 14). Úloha je řešena pomocí explicitního algoritmu MKP a jsou zkoumány vlivy parametrů (rychlost nosníku,

velikost externí síly působící na kvádr, součinitel tření, rozměry kvádrů, modul pružnosti kvádrů).



obr. č. 14 – Geometrie použitá v článku [13].



obr. č. 13 – Vícehodnotový model poloviny vozidla. [14]

Jin, Wen, Wang a Xiao [14] se zaměřili na důvody vzniku zvlnění poježděné plochy koleje v obloucích. Jako model vozidla je použit poloviční vícehodnotový model (obr. č. 13). Dynamické vlastnosti tratě jsou vyšetřeny komerčním MKP systémem. Jako model kontaktu je použit Kalkerův kontakt, článek dále používá model opotřebení dle ASME [15]. Jsou uvažovány dva případy – kolejnice bez vad a kolejnice s příčnou nerovností.

Analýza je provedena v časové oblasti s následujícími výsledky: první zvlnění na kolejnici se vyskytne již po prvním průjezdu vozidla obloukem, vlnová délka těchto nerovností odpovídá vlnové délce kmitání příčné kontaktní síly mezi kolem a kolejnici a zároveň vlnové délce jedné z vlastních frekvencí kolejnice; vlnová délka nerovností se s dalšími průjezdy vozidla mění směrem k hodnotě blízké vzájemné vzdálenosti pražců; vedoucí dvoukolí podvozku způsobuje závažnější opotřebení než druhé dvoukolí; existence příčné nerovnosti na kolejnici má za následek výskyt velkého zvlnění za touto nerovností; vzájemný vliv mezi členy dynamického systému zprostředkovaný soukolím a podvozkem je významný a neměl by být zanedbáván; diskrétní uložení kolejí na pražcích je principiální vada, která přispívá ke tvorbě zvlnění kolejnice.

Disertační práce Radka Jandory [16] zpracovaná na ÚMTMB obsahuje vícehmotový model celého vozidla a implementaci Kalkerova kontaktního modelu CONTACT. Náplní práce je simulace jízdy železničního vozidla po přímé trati s defekty kola nebo kolejnice – kolo s ploškou, vlnové opotřebení kola nebo zvlnění kolejnice. Práce se také věnuje průjezdu vozidla obloukem bez počátečních defektů. Autor uvádí, že nejčastějším opotřebením kolejnice v oblouku je zvlnění vnitřní kolejnice a výrazné opotřebení vnitřní hrany kolejnice vnější (obr. č. 15).

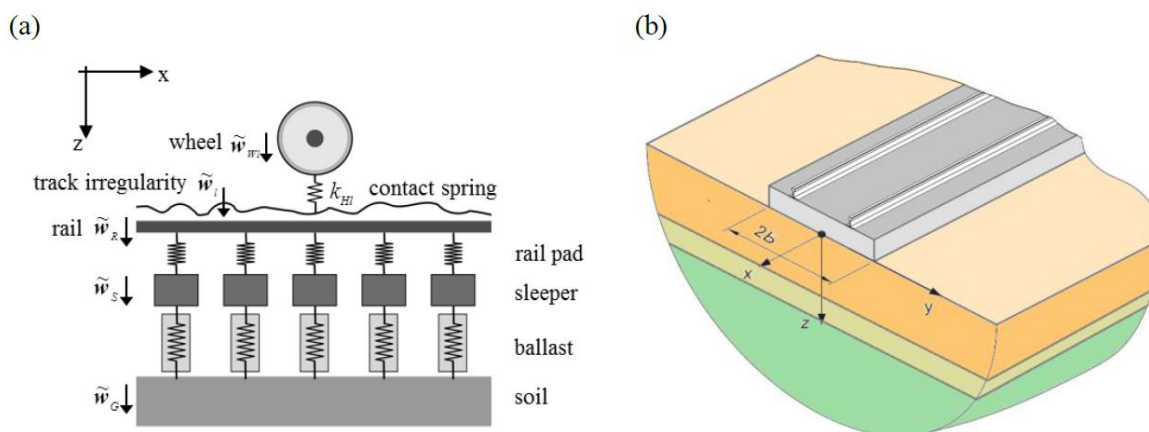


obr. č. 15 – Opotřebení kolejnic v oblouku na trati Brno – Bílovice nad Svitavou. [16]

Provedené simulace, které jsou v práci detailně prezentovány, souhlasí s poznatky z praxe. Autor v závěru uvádí, že vlnové opotřebení má na svědomí kmitání způsobené rozdílem v uražené dráze vnějšího a vnitřního kola.

Thompsonův přehledový článek [17] je zmíněn z důvodu, že se věnuje také modelu dynamiky podloží. Tato problematika spadá spíše do stavební dynamiky. Podloží, narozdíl od vzduchu jako typického média, kterým se šíří hluk, vede kromě tlakových vln i vlny smykové a Rayleighovy povrchové vlny. Problémem jsou hodnoty mechanických parametrů zemin, které se v závislosti na daném místě mění. Pokud nejsou správně určeny, model je nespolehlivý.

Jako hlavní budící mechanismus vibrací jsou považovány nerovnosti na kolejnici, tedy podobný mechanismus jako v případě hluku valení. Autor uvádí dva hlavní typy modelů – analytické (obr. č. 16) a numerické (MKP nebo MHP). Ačkoli jsou primárně určeny k výpočtu vibrací podloží, zejména analytický by mohl posloužit jako inspirace k tvorbě modelu dynamiky tratě.



obr. č. 16 – Analytický model dynamiky podloží. a) model buzení, b) geometrie systému trať-zemina [17]

6.6 Příbuzný problém – pískání automobilových brzd

Problém s téměř totožným mechanismem vzniku jako pískání v obloucích je pískání automobilových brzd (angl. brake squeal). Při brždění je obložení přitlačeno na kotouč (buben) a do okamžiku úplného zastavení je mezi kontaktními plochami přítomen prokluz. Vlivem mechanismu slip-stick kontaktní silové působení kolísá a budí tím kmity kotouče (bubnu) i obložení.

Tento problém se těší většímu zájmu ze strany odborné a vědecké komunity, proto je publikovaných článků na toto téma k dispozici více. Vzhledem k příbuznosti obou problémů je možné z těchto článků získat množství zajímavých informací. Níže je uvedeno několik příkladů publikovaných prací na toto téma.

Liu, Zheng, Cai, Wang, Lu, Ang a Liu [29] vytvořili předepjatou modální analýzu pro kotoučovou brzdu a zkoumali vliv parametrů (součinitel tření, přítlak na obložení, otáčky brzdového kotouče, modul pružnosti disku, tloušťka disku, modul pružnosti podkladních desek pod brzdovými destičkami) na výskyt nestabilit. Ahmed, Allam, Khalil a Abouel-seoud [30] provedli obdobnou analýzu pro bubnovou brzdu.

AbuBakar a Ouyang [31] porovnali základní přístupy k řešení nestabilních kmitů při pískání brzd – komplexní modální analýzu a přechodovou analýzu, tedy řešení ve frekvenční a časové oblasti.

Kinkaid, O'Reilly a Papadopoulos [32] sestavili přehledový článek o modelování pískání automobilových brzd včetně statí z kmitání, kontaktních úloh a stavby kotoučových brzd. Dalším přehledovým článkem je dílo [33]. Autoři Ouyang, Nack, Yuan a Chen pojednávají o metodách pro předpověď pískání brzd – předepjaté modální a přechodové analýze, jejich výhodách a nevýhodách, příčinách pískání, kontaktním problému, tlumení, opotřebení, nejistotách a stochastickém přístupu a teplotních závislostech.

Většina prací používá čistě deterministický přístup, jednou z výjimek je práce [34]. Autoři Oberst a Lai zkoumají jev pískání brzd jako chaotický fenomén. Uvádí přehled publikovaných článků využívajících tento přístup, dále výsledky měření hluku kotoučové brzdy na dynamometru, zpracování naměřených dat a vyhodnocení výsledků.

7 VÝPOČTOVÝ MODEL POUŽITÝ V PRÁCI

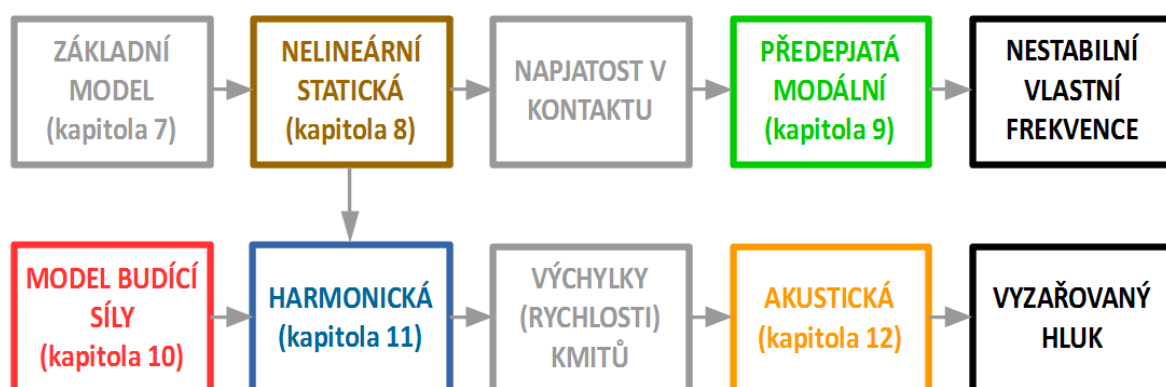
Tato práce navazuje na diplomovou práci [22] zpracovanou na ÚMTMB v roce 2016, rozšiřuje některé její partie a navíc obsahuje výpočet vyzařovaného hluku (akustickou úlohu). Vzhledem k této skutečnosti i zadání předkládané práce je použito principiálně stejného přístupu.

Práce [22] modeluje problém pomocí metody konečných prvků, přičemž celý problém je zjednodušen na studium chování kola a kolejnice, které jsou ve vzájemném kontaktu a jsou daným způsobem vázány v prostoru. Práce předpokládá, že většinově se na vyzařovaném hluku podílí kolo a proto se soustředí pouze na něj. Tato práce obsahuje tři typy úloh – statickou nelineární, předepjatou komplexní modální a harmonickou.

Statická úloha slouží k předepnutí kontaktu mezi kolem a kolejnicí. Výsledkem modální analýzy je informace o vlastních frekvencích kola a těch, které jsou nestabilní. To ale nemusí nutně znamenat, že budou vybudeny. Tuto informaci poskytuje pouze analýza v časové oblasti. Z důvodu náročnosti výpočtu přechodové úlohy na plném 3D modelu a některých dalších praktických problémů (např. nutnosti použít odlišný software) je úloha řešena ve frekvenční oblasti (harmonická úloha).

Harmonická úloha nám na rozdíl od úlohy modální podá informaci o skutečných velikostech amplitud kmitů, ale jen v případě, že je správně buzena. V našem případě jde o kmitání samobuzené, budící síla není silou vnější, ale vzniká přímo v kmitavé soustavě a to v kontaktu kolo-kolejnice. To situaci dále komplikuje. Práce [22] používá budící sílu, která má konstantní velikost amplitudy přes celý řešený frekvenční rozsah. V předkládané práci bude kromě této varianty využito analytického modelu budící síly (kapitola 10) a naměřených dat.

Dále je v této práci řešeno vyzařování hluku do okolního prostředí. Postup výpočtu je tedy možno rozdělit na dvě části (obr. č. 17). První poskytuje pouze údaje o nestabilitě vlastních tvarů, zatímco druhá i výchylky kmitání a vyzařovaný hluk. Výsledky z druhé části jsou ovšem relevantní pouze v případě, že je použito správné závislosti velikosti budící síly na frekvenci.



obr. č. 17 – Schéma jednotlivých kroků výpočtu.

7.1 Použitý SW a HW

Pro práci s 3D modely byl využit software SolidWorks 2015, vlastní výpočty metodou konečných prvků byly prováděny v softwaru ANSYS 17.1. Jako model budící síly byla použita vlastní implementace analytického modelu [3] v systému MATLAB 7.1.

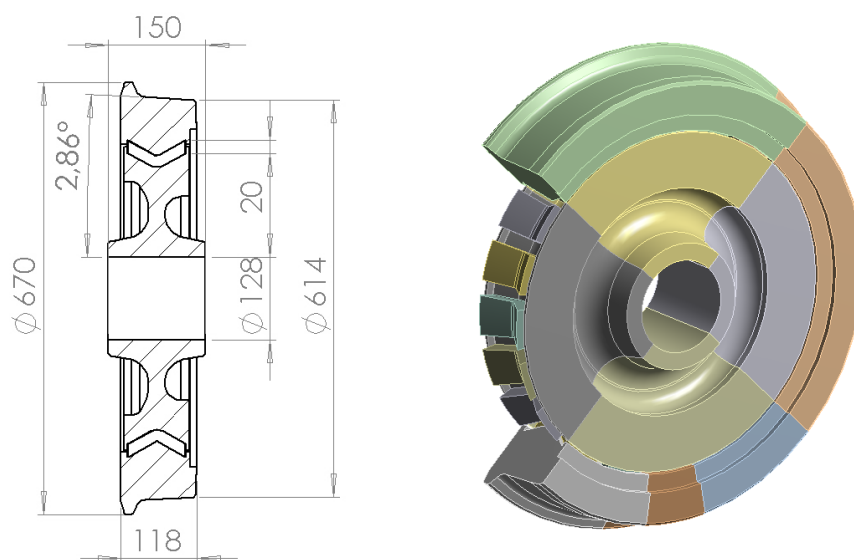
Samotné výpočty probíhaly na běžném přenosném počítači autora, jehož základní parametry jsou v tab. č. 1. Rozsah výpočtů a velikost modelu byly částečně přizpůsobeny výpočetním možnostem tohoto počítače tak, aby doba trvání jednotlivého výpočtu byla nejvýše v řádu hodin, nikoli dní. Největší zpomalení výpočtu (až o několik řádů) způsobuje stránkování na pevný disk. Proto byla velikost modelu omezena tak, aby veškerá práce probíhala přímo v operační paměti a na disk se zapisovaly jen výsledky.

Typ	Procesor	Operační paměť	Kapacita disku
Acer Aspire E15	Intel i5-4210M (2,6 GHz)	12 GB DDR3L	1000 GB

tab. č. 1 – Základní hardwarová konfigurace počítače.

7.2 Geometrie

Firmou MECAS ESI byl dodán geometrický model kola ve formátu STEP. Takový model nemá stromovou strukturu a obtížně se upravuje. Proto byl vytvořen podle rozměrů dodaného modelu model nový, ve kterém byly zanedbány některé tvarové podrobnosti nepodstatné pro výpočet a komplikující tvorbu sítě konečných prvků. Jedná se o kolo skládané, mezi střední částí a obručí z oceli je 20 pryžových vložek. Jejich účelem je právě utlumení vibrací a potažmo hluku. Základní rozměry kola a výsledný geometrický model je na obr. č. 18.

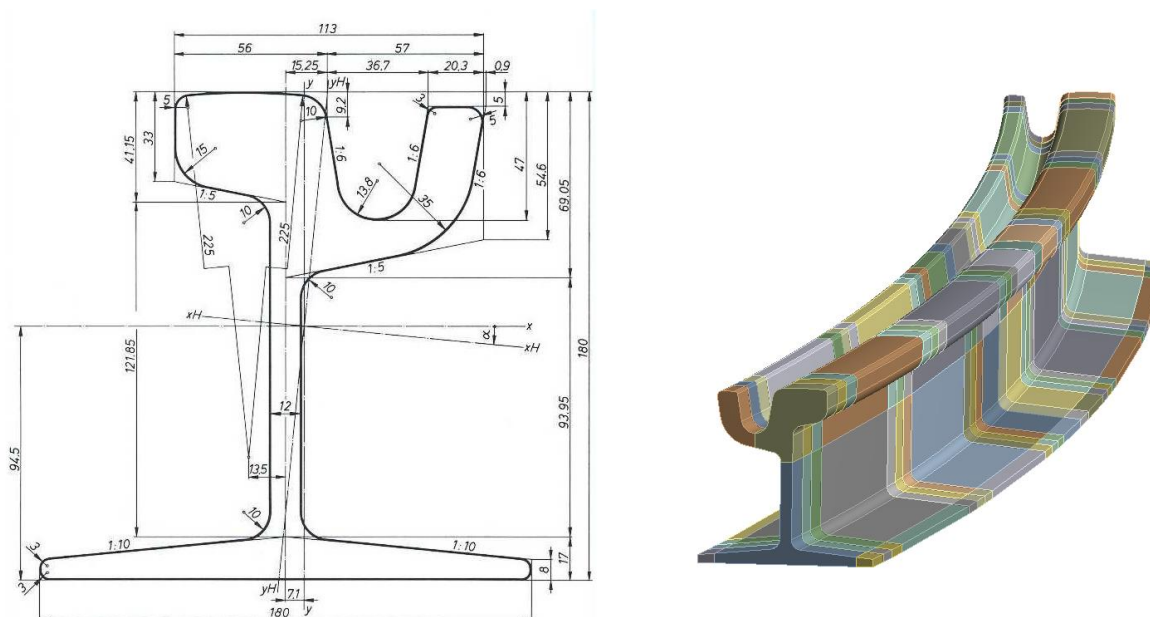


obr. č. 18 – Základní rozměry kola a výsledný geometrický model.

Bylo rozhodnuto použít kolejnici typu Ri60. Model byl vytvořen dle výkresu (obr. č. 19). Některé tvarové podrobnosti byly opět zanedbány. Poloměr oblouku byl zvolen pevně, a to 25 m. Protože bylo zjištěno, že tuhost kolejnice významně ovlivňuje výskyt nestabilit, je oproti [22] uvažována větší část kolejnice (přes několik pražců) a také úklon kolejnice 1:20.

Geometrické modely kola i kolejnice jsou rozděleny pomocí rovin na několik částí. Je to pouze z důvodu umožnění použití mapované sítě konečných prvků a usnadnění zadání některých okrajových podmínek.

Modely kola a kolejnice byly vloženy do sestavy, kde byla nastavena jejich vzájemná poloha na jednobodový dotek ve středu pojížděné plochy kolejnice. Výsledek byl exportován do univerzálního formátu STEP.



obr. č. 19 – Výkres a geometrický model kolejnice.

7.3 Modely materiálu

Materiálové parametry byly dodány firmou MECAS ESI a jsou uvedeny v tab. č. 2. Všechny použité modely materiálů jsou lineární a izotropní. V případě pryžových vložek by se nabízelo použití hyperelastického modelu. Nicméně jediná úloha použitá v práci, která je schopná pracovat s nelineárním modelem materiálu je nelineární statická. Navíc dosahované deformace jsou poměrně malé a dodané lineární parametry by měly chování pryže v daném rozsahu deformací dostatečně vystihovat.

	Kolo	Kolejnice	Vložka
Materiál	Ocel	Ocel	Pryž
Modul pružnosti [MPa]	210000	210000	2300
Poissonovo číslo [-]	0,3125	0,34	0,4896
Hustota [kg/m ³]	7800	7850	1100
Poměrný útlum [-]	0,001	0,025	0,05

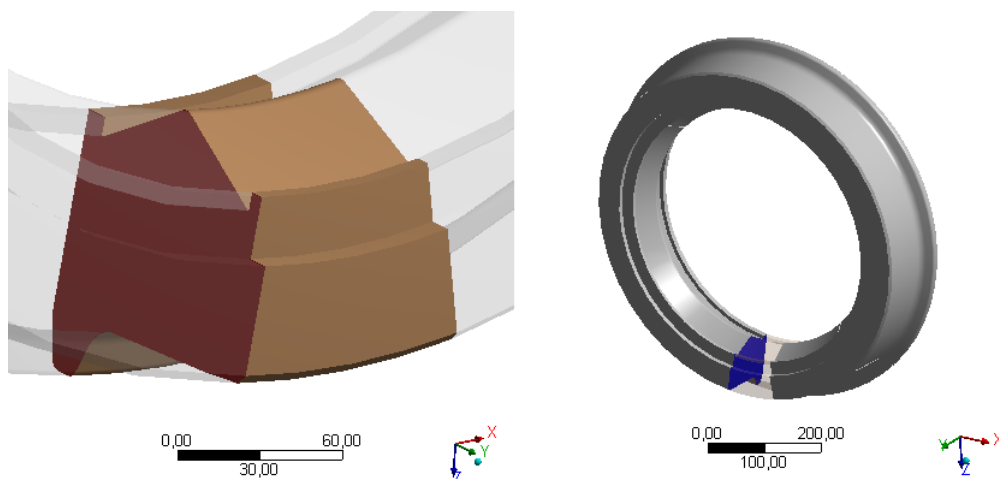
tab. č. 2 – Použité materiálové parametry.

7.4 Kontakty mezi tělesy

Kontakty použité v modelu je možné rozdělit do tří kategorií:

1. Kontakty mezi pomocně rozdělenými tělesy (obr. č. 20)

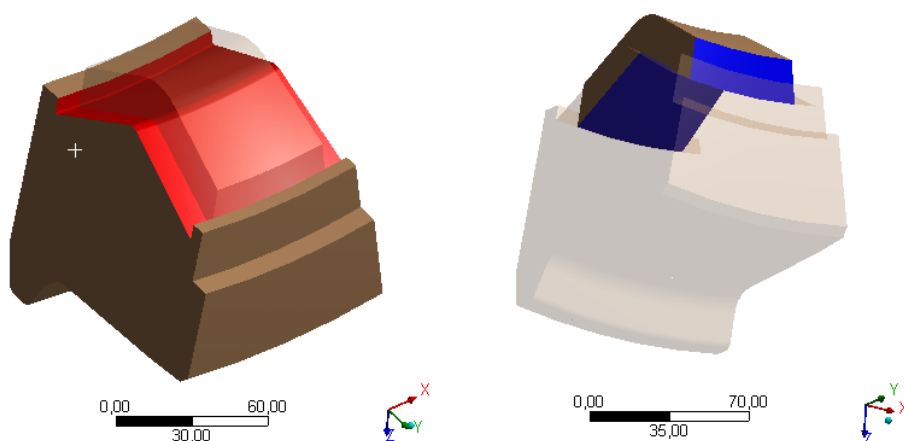
Tento kontakt reálně neexistuje, proto je třeba, aby se tělesa chovala jako „slepená“ – k tomu slouží typ kontaktu BONDED.



obr. č. 20 - Pomocně rozdělená obruč kola.

2. Kontakty mezi pryžovými vložkami, obručí a střední částí kola (obr. č. 21)

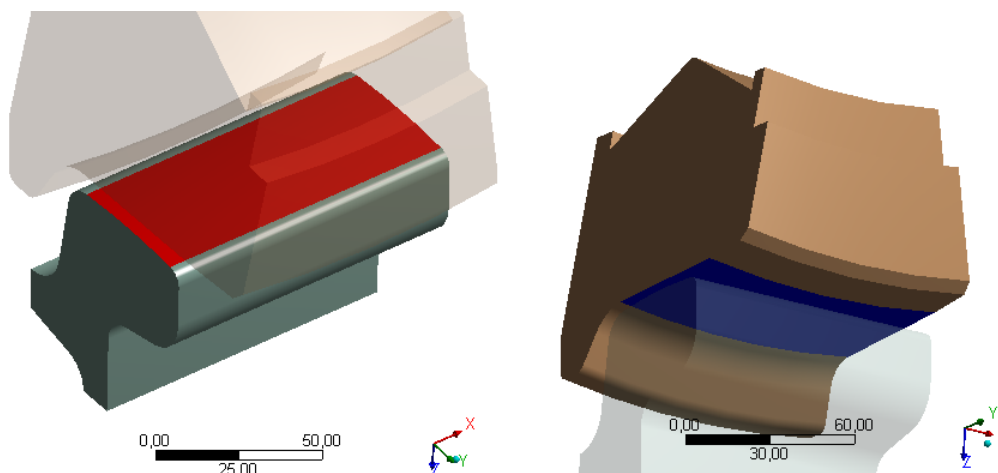
Ačkoli v tomto případě už o reálný kontakt těles jde, bylo rozhodnuto použít také kontakt typu BONDED. Detailní chování těchto kontaktů není pro danou úlohu stěžejní a použitím lepeného kontaktu se ušetří výpočetní čas. Na doporučení z MECAS ESI jsou v kontaktu i boky pryžových vložek.



obr. č. 21 – Kontaktní plochy pryžové vložky a obruče kola.

3. Kontakt mezi kolem a kolejnicí (obr. č. 22)

Nejdůležitější kontaktní dvojici v úloze tvoří kolo a kolejnice. Jako kontaktní plochy byly označeny pouze pojezděné plochy kola a kolejnice, nikoliv okolek. Nastavení tohoto kontaktu je uvedeno v tab. č. 3, ostatní parametry byly ponechány na výchozích hodnotách programu. Důležité je nastavení chování



obr. č. 22 – Kontaktní plochy mezi kolejnicí a kolem.

kontaktní dvojice na asymetrické – je tak jasně určeno, že jedna ploška bude typu CONTACT (Workbench použije prvky CONTA174) a druhá TARGET (TARGE170). Za normálních okolností by na tom nezáleželo, ale v modelu dále použitý příkaz CMROTATE, který vynutí prokluz v kontaktu, funguje pouze na prvky typu CONTACT.

Položka nastavení	Hodnota	Poznámka
Type	Frictional	Kontakt se třením
Friction Coefficient	0,5	Součinitel tření
Behavior	Asymetric	Nesymetrické chování
Update Stiffness	Each Iteration	Tuhost je aktualizována v každé iteraci
Interface Treatment	Adjust to Touch	Jednobodový dotek kontaktních ploch

tab. č. 3 – Nastavení kontaktu mezi kolem a kolejnicí.

7.5 Síť konečných prvků

Kvalita sítě konečných prvků má rozhodující vliv na přesnost výpočtu pomocí MKP. Kvalitní síť musí dobře vystihovat geometrii úlohy, mít dostatečnou hustotu prvků v místech velkých změn vyšetřované veličiny a obsahovat prvky vhodného tvaru (poměr rozměrů prvku, vhodné vnitřní úhly v prvku).

Cílem práce není deformačně-napěťová analýza kola nebo kolejnice, proto by bylo dostatečné použití hrubší sítě. Problémem je však kontakt. Situace v kontaktu má významný vliv na výskyt nestabilit a proto je třeba ji vystihnout co nejlépe. Na klasické modální analýze samotného kola bylo proto provedeno srovnání výsledků pro několik typů sítí (tab. č. 4):

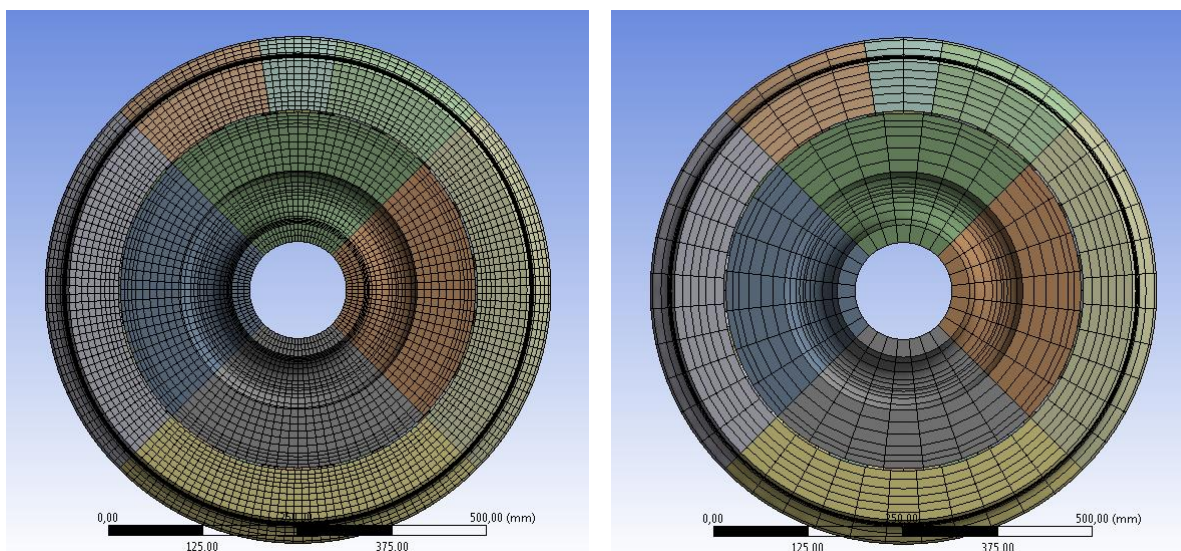
- a) rovnoměrná síť se základní velikostí prvku - 15 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm
- b) síť s velikostí prvku v místě kontaktu 5 mm a základní velikostí prvku 30 mm, přechod mezi nimi – volnou sítí, pomocí kontaktu mezi nekompatibilními sítěmi

Mód	Velikost prvku [mm]					
n	15	20	30	40	30+5 síť	30+5 kont.
1	402,8	403,2	403,9	399,8	403,8	403,8
5	803,4	803,5	803,6	802,7	803,7	803,5
10	1827,2	1823,7	1793,4	1795,9	1793,6	1796,3
20	3199,9	3205,1	3155,5	3150,9	3156,2	3155,4
50	6731,6	6729,1	6702,0	6677,6	6701,2	6700,3
100	11896,0	11900,0	11859,0	11887,0	11858,0	11858,0

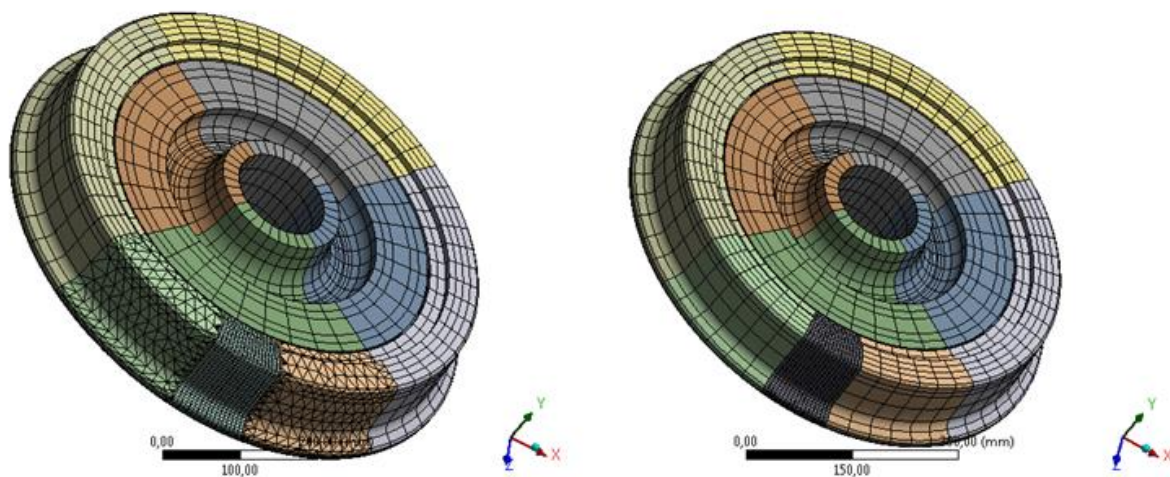
tab. č. 4 – Vliv velikosti prvku a nerovnoměrnosti sítě na vlastní frekvence kola.

Je možné konstatovat, že vliv nerovnoměrnosti sítě je minimální. Je proto možné použít hrubší síť a zahustit ji jen v místě kontaktu. Dostatečnou přesnost výpočtu vlastních frekvencí poskytuje síť s velikostí prvku 20 mm a nižší.

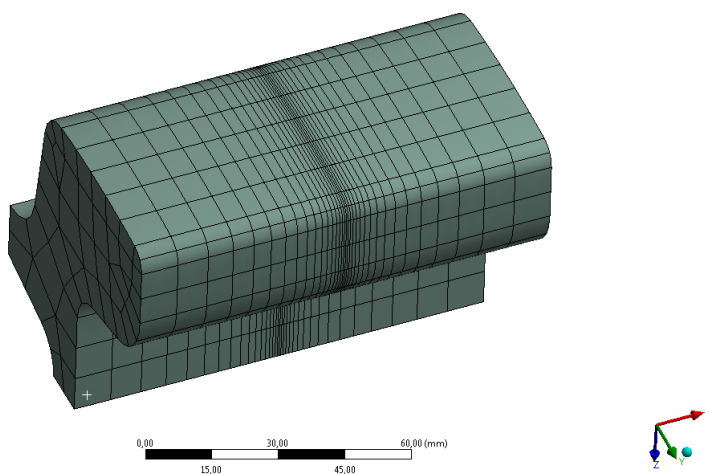
Nakonec byla na síti provedena ještě jedna úprava. Při realizaci statické analýzy bylo zjištěno, že hustota sítě v místě kontaktu je stále nedostatečná, proto bylo využito postupné zahuštění sítě směrem k bodu kontaktu kola s kolejnicí, tzv. bias (obr. č. 23).



obr. č. 25 – Rovnoměrná síť, velikosti prvku 15 mm, 40 mm.

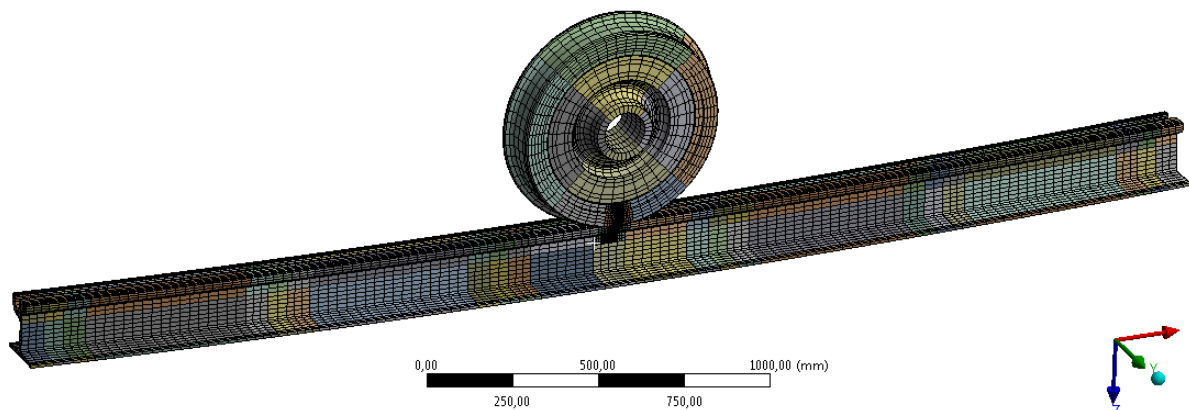


obr. č. 24 – Přechod volnou sítí (vlevo), přechod pomocí kontaktu.



obr. č. 23 - Ukázka použití zahuštění sítě směrem k bodu kontaktu s kolem.

Výsledná síť celého modelu je pak na obr. č. 26. Použitým prvkem je výchozí SOLID186. Síť obsahuje celkem 18687 prvků (vyjma kontaktních) a 102705 uzlů.



obr. č. 26 – Síť konečných prvků celého modelu.

7.6 Okrajové podmínky

Model řešený v předkládané práci se omezuje pouze na chování kola a kolejnice, okrajové podmínky (OP) jsou proto oproti realitě značně zjednodušeny. V ideálním případě by měly OP aplikované na kole vystihovat dynamické chování celého vozidla. Stejně tak OP aplikované na kolejnici dynamické chování tratě.

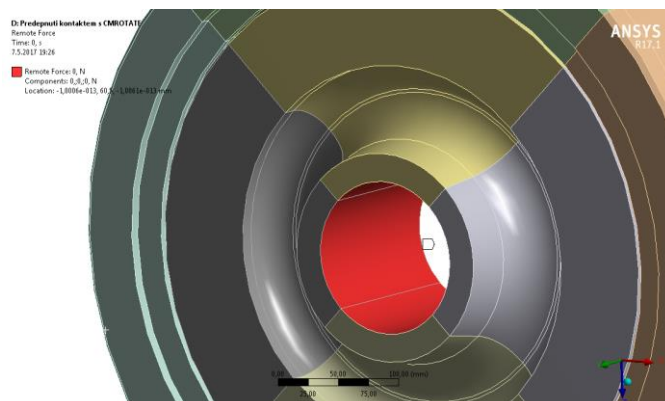
V průběhu řešení diplomové práce byla vyzkoušena celá řada OP, nakonec byly společně s vedoucím a firmou MECAS ESI vybrány podmínky popsané níže.

7.6.1 Okrajové podmínky a zatížení kola

OP jsou aplikovány na vnitřní povrch v náboji kola, v reálném případě tedy do místa lisovaného kontaktu kolo-osa soukolí. Posuvy a natočení tohoto povrchu jsou omezeny ve všech směrech pomocí vazby Remote Displacement, kromě posuvu ve směru osy Y (směr kolmý k zemi), který je ponechán volný. Zatížení kolovou silou Q je pak realizováno pomocí funkce Remote Force (obr. č. 27). Velikost této síly odpovídá váze poloplné tramvaje rozpočítané na jednotlivá kola a rovná se zatížení 5 tun na kolo. Nastavení těchto OP je uvedeno v **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..**

Typ OP	X	Y	Z	RotX	RotY	RotZ
Remote Displacement	0	Free	0	0°	0°	0°
Remote Force	0	50000 N	0	-	-	-

tab. č. 5 – Nastavení okrajových podmínek kola.



obr. č. 27 – Okrajová podmínka Remote Force na vnitřním povrchu v náboji kola.

7.6.2 Okrajové podmínky kolejnice

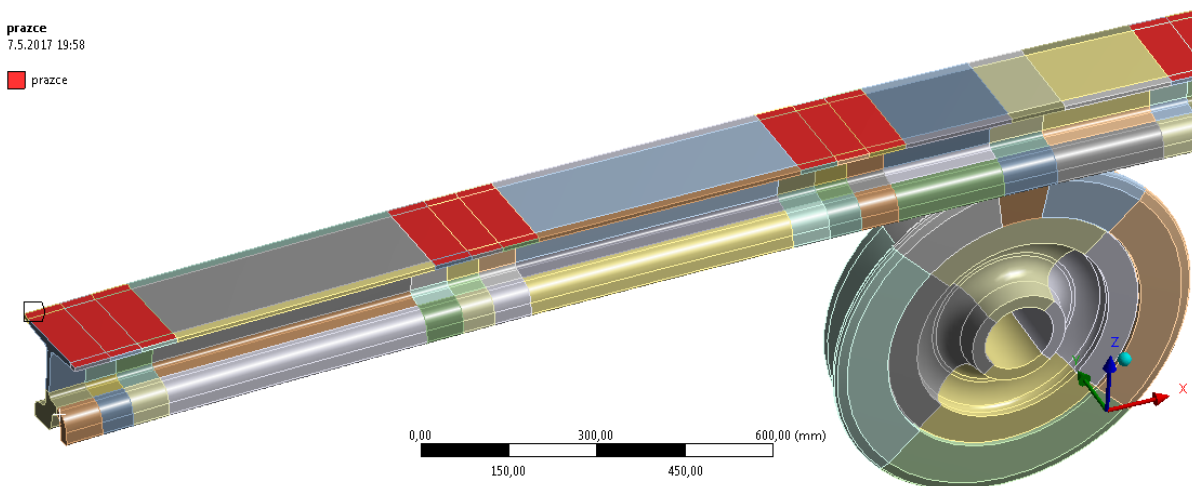
OP použité na kolejnici by měly odpovídat použitému druhu upevnění kolejnic v praxi, kterých je celá řada. V případě tramvajových tratí se užívají kromě klasického pokládání na pražce též různé velkoplošné panely, např. typu BKV. Nicméně autor předpokládal klasické upevnění kolejnic k pražcům pomocí rozponové podkladnice (obr. č. 28). Z výkresů podkladnice a odpovídající svěrky [23] byly určeny základní rozměry použité v geometrickém modelu.



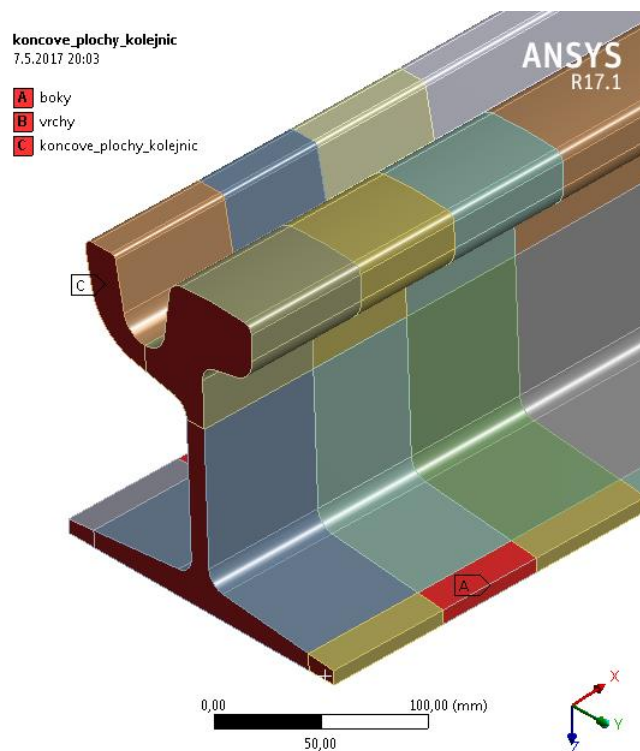
obr. č. 28 – Upevnění kolejnice pomocí rozponové podkladnice. [36]

V práci [22] je délka kolejnice omezena na vzdálenost mezi dvěma pražci a koncové plochy kolejnic (příčné průřezy) jsou veknuty. Bylo zjištěno, že tuhost takto vázané kolejnice je mnohem větší než ve skutečnosti, proto byla uvažována větší část kolejnice, která je vázána v místě pražců a na koncích kolejnice. Vzájemná osová vzdálenost pražců je 700 mm.

Veškeré OP kolejnice jsou tak realizovány jednotně, a to pomocí vazby Displacement s nastavením Normal to a hodnotou posuvu 0 mm. To znamená, že jsou zamezeny posuvy ve směru normálovém na vybraných plochách (obr. č. 29, obr. č. 30). Tuhost podloží tedy nebyla uvažována.



obr. č. 29 – Plochy se zadanými vazbami 1 – plochy, které leží na podkladnici.



obr. č. 30 – Plochy se zadanými vazbami 2 – plochy, kterých se dotýká svěrka a koncová plocha kolejnice.

8 NELINEÁRNÍ STATICKÁ ANALÝZA

Jak bylo uvedeno v kapitole 7, první úlohou, kterou je třeba vyřešit je statická nelineární. Slouží k předepnutí modelu pro následnou modální analýzu, tedy zejména pro stanovení podmínek v kontaktní dvojici kolo-kolejnice.

8.1 Nastavení úlohy a blok příkazů APDL

Informace o geometrii, modelech materiálu, kontaktních dvojicích, okrajových podmínkách a související základní nastavení je uvedeno v kapitolách 7.2 - 7.6. Úloha je rozdělena do dvou zátěžných kroků. V prvním proběhne zatížení svislou kolovou silou Q , ve druhém je zaveden prokluz v kontaktu.

Vzhledem k tomu, že ne vše lze v prostředí ANSYS Workbench nastavit pomocí nabídek, je použita funkce Commands, do které lze zapisovat příkazy v jazyce APDL. Níže je uveden blok použitých příkazů s vysvětlujícím komentářem.

```

ANTYPE, STATIC      ! Typ ulohy - staticka
NROPT, UNSYM        ! Newton-Raphsonova metoda reseni
                    ! pro nesymetricke matice tuhosti
NLGEOM, ON          ! Aktivace velkych deformaci
TIME, 1.0           ! Konec prvnioh zatezneho kroku v case 1 s

/SOLU
SOLVE               ! Spusteni reseni prvnioh zatezneho kroku

! Prikaz CMROTATE pro vynuceni prokluzu v kontaktu - vysvetlen
! v nasledujici kapitole
CMROTATE, kolejnice, ARG1, ARG2, 0, 0, 64.96, 490.43,

TIME, 2.0           ! Konec druheho zatezneho kroku v case 2 s

```

Parametry ARG1 a ARG2 použité v příkazu CMROTATE jsou parametry, které poskytuje prostředí Workbench pro práci s blokem příkazů Commands. Je jich k dispozici celkem 9 a jejich hodnota se nastavuje přímo v nabídce prostředí Workbench. Z toho důvodu je lze využít pro parametrické analýzy spouštěné přímo z tohoto prostředí.

Výše uvedený blok příkazů je zařazen na konec souboru ds.dat, který se odesílá řešiči. Proto veškeré nastavení provedené pomocí příkazů přepíše nastavení v nabídce.

8.2 Příkaz CMROTATE

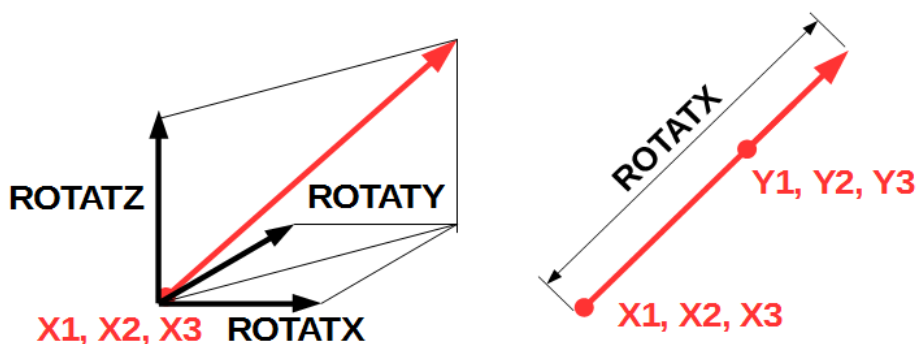
Simulaci prokluzu v kontaktu lze provést několika způsoby, jedním z nich je příkaz CMROTATE. Byl navržen speciálně pro řešení principiálně podobného problému a to pískání automobilových brzd (kapitola 6.6). Umožňuje simulovat prokluz na kontaktních prvcích CONTA173, 174 a 175. Jeho syntaxe je v následující tabulce.

CMROTATE, CM_Name, ROTATX, ROTATY, ROTATZ, X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2	
CM_Name	Název komponenty (Component), která obsahuje prvky typu CONTACT
ROTATX, ROTATY, ROTATZ	Velikosti složek vektoru rotace
X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2	Souřadnice dvou bodů vektoru rotace

tab. č. 6 – Syntaxe příkazu CMROTATE.

Tento příkaz lze zadat dvěma způsoby (schématicky na obr. č. 31):

- zadá se souřadnice počátečního bodu vektoru X1, X2, X3 a samotný vektor pak složkově velikostmi ROTATX, ROTATY, ROTATZ
- zadají se souřadnice dvou bodů vektoru X1, Y1, Z1, X2, Y2, Z2 a jeho velikost ROTATX



obr. č. 31 – Zadání příkazu CMROTATE.

Mezi hlavní nevýhodu tohoto příkazu patří skutečnost, že prvky v prokluzu se musí „otáčet“ kolem definovaného vektoru. Pokud je potřeba vyvodit prokluz např. na ploše, situace se dá řešit umístěním středu otáčení dostatečně daleko od dané plochy.

Dalším problémem je výběr prvků, na které se má prokluz vztahovat. Komponentu (Component) lze sice vytvořit pomocí příkazů vložených do bloku Commands, problémem ale je, na co se odkazovat při samotném výběru prvků. Jako

nejvýhodnější se jeví reálná konstanta, protože každá strana každé kontaktní dvojice má svou vlastní. Kontaktní prvky se v prostředí Workbench tvoří automaticky podle sítě objemových prvků, a to až při přípravě vstupu do řešiče (až po spuštění řešení úlohy). Jedinou cestou, jak správné číslo reálné konstanty získat, je tedy hledání v souboru ds.dat.

V prostředí Workbench existuje funkce Named Selection, jejíž účel je totožný s účelem funkce Component v APDL. Studium souborů ds.dat a solve.out bylo zjištěno, že při sestavování souboru ds.dat jsou všechny Named Selection převedeny na Component a to se stejným názvem (APDL nerozlišuje malá a velká písmena). Pokud existuje Named Selection objemových prvků, na kterých mají být vytvořeny kontaktní prvky, nově vzniklé kontaktní prvky jsou spolu s objemovými zařazeny do stejné výsledné komponenty.

Proto stačí vytvořit přímo ve Workbenchu vytvořit Named Selection obsahující objemové prvky na straně, kde se posléze tvoří prvky CONTA174. Příkaz CMROTATE použije pouze kontaktní prvky, objemové ignoruje.

8.3 Výsledky

Nejdůležitějším výsledkem statické úlohy je vygenerovaná nesymetrická matice tuhosti, která je použita dále v modální analýze. Pro kontrolu správnosti výpočtu je ale důležité se podívat na situaci v kontaktu a deformaci celé sestavy kolo-kolejnice. Prezentované výsledky platí pro prokluz ve směru osy Y, tedy příčný prokluz (kapitola 4.1).

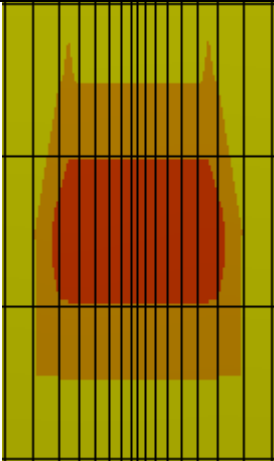
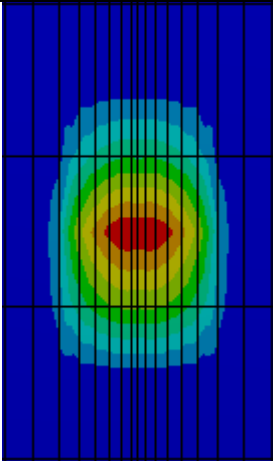
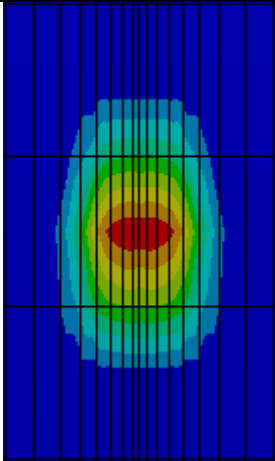
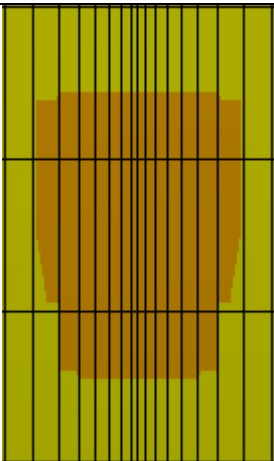
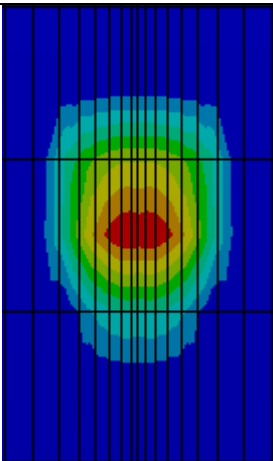
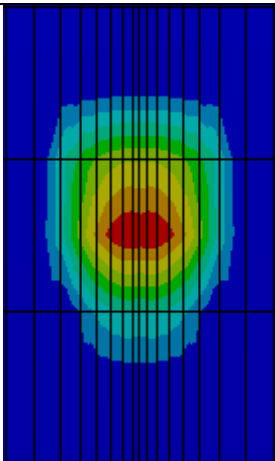
Situaci v kontaktu znázorňuje tab. č. 7. Skutečnost, že příkaz CMROTATE funguje správně je zřejmé, protože

- a) kontakt mezi prvním a druhým zátěžným krokem změnil stav na čistý prokluz;
- b) výrazně narostlo tečné napětí;
- c) ve druhém zátěžném kroku je kontaktní tlak přímo úměrný tečnému napětí, konstantou úměrnosti je součinitel tření (tečné napětí se chová podle rovnice

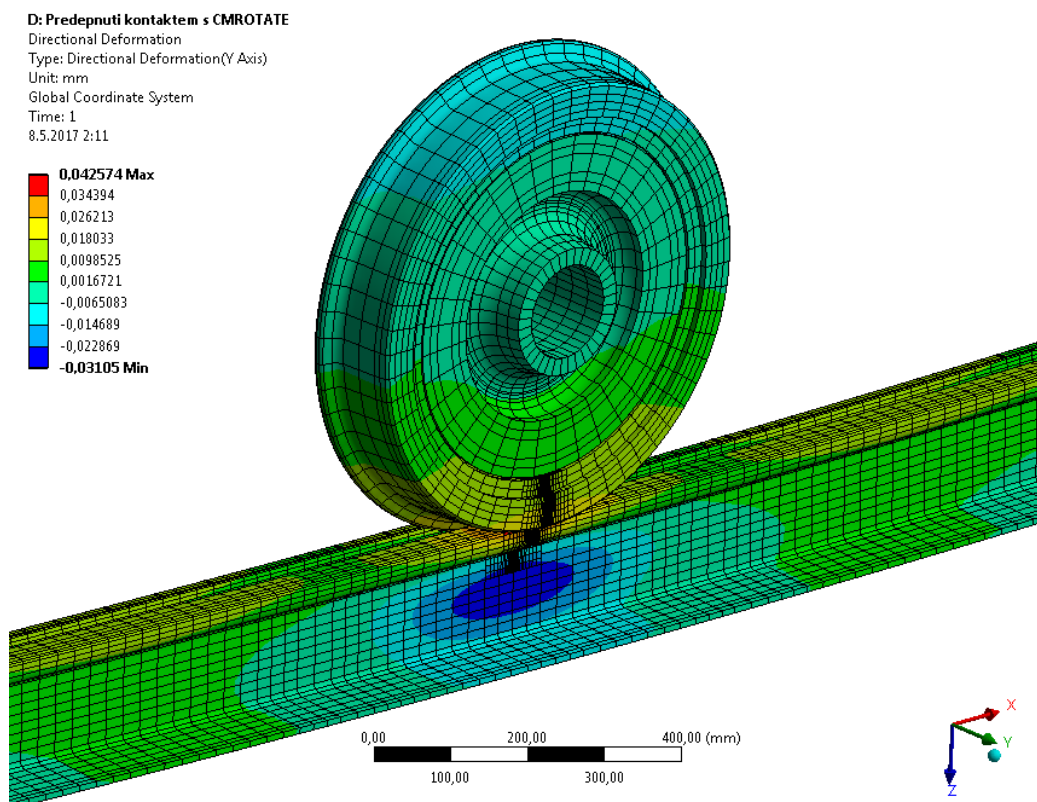
$$\tau = f \cdot \sigma).$$

Změna situace v kontaktu se projevila i na celé sestavě kolo-kolejnice. Rozdíl mezi zátěžnými kroky je vidět zejména na posuvech ve směru osy Y (ve směru prokluzu). Po zatížení kolovou silou jsou tyto posuvy zanedbatelné (obr. č. 32). Avšak po

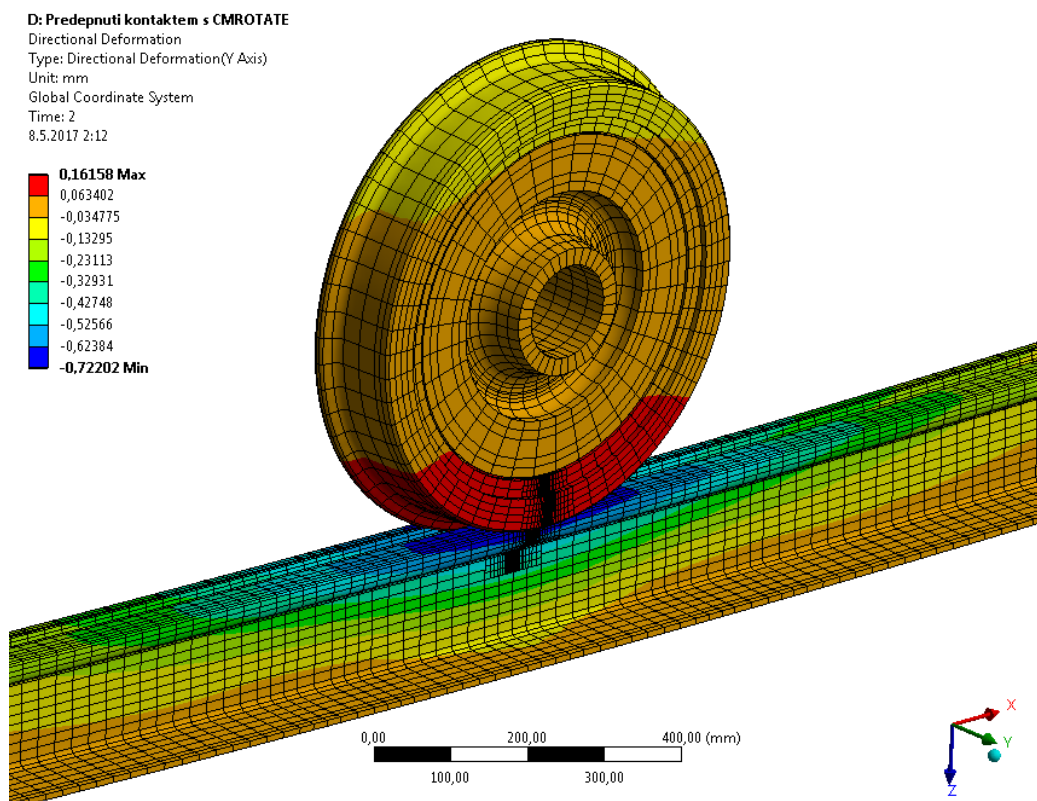
vynucení prokluzu v kontaktu se kolo prohýbá na jednu stranu, zatímco kolejnice na druhou (obr. č. 33). Tužším článkem je kolo. Změna v napětích také není zanedbatelná (obr. č. 35, obr. č. 35).

Zátěžný krok	Stav	Kontaktní tlak	Tečné napětí
První (zatížení kolovou silou Q)			
	Prokluz a ulpění	811 MPa	87 Mpa
Druhý (vynucení prokluzu pomocí CMROTATE)			
	Prokluz	794 MPa	397 MPa

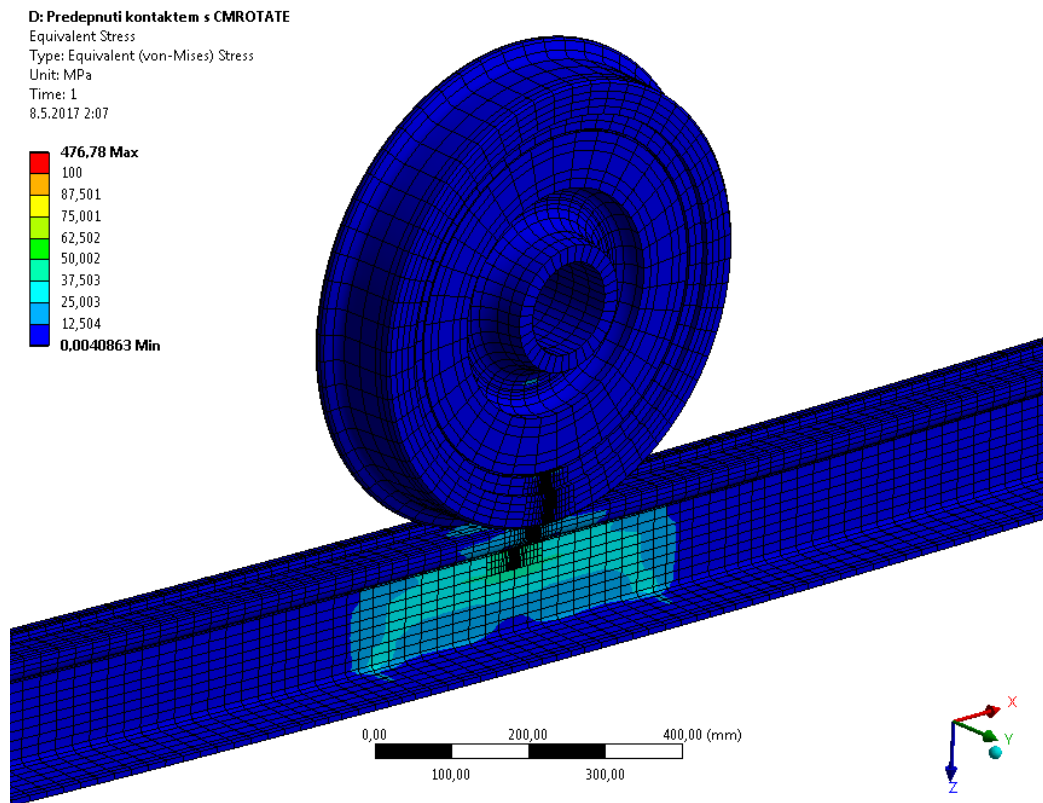
tab. č. 7 – Situace v kontaktu po prvním a druhém zátěžném kroku (hodnoty napětí jsou max. dosažené).



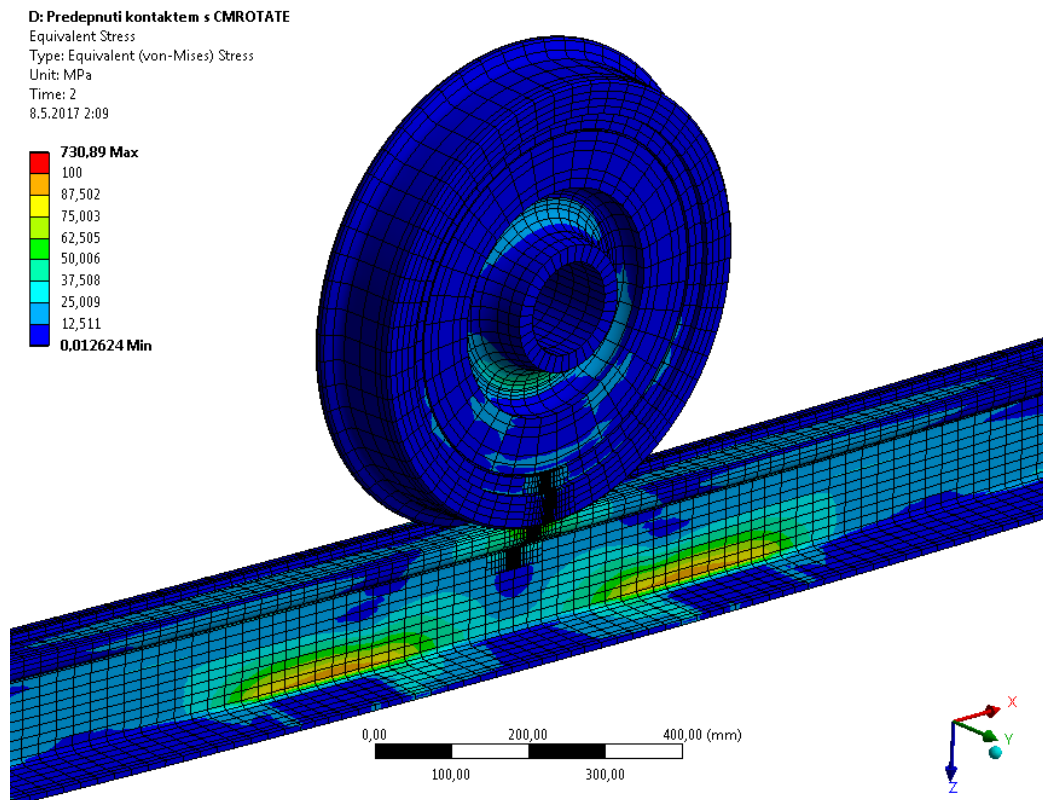
obr. č. 32 – Posuvy v ose Y, první zátěžný krok.



obr. č. 33 – Posuvy v ose Y, druhý zátěžný krok.



obr. č. 34 – Redukované napětí dle HMM, první zátěžný krok.



obr. č. 35 - Redukované napětí dle HMM, druhý zátěžný krok.

9 PŘEDEPJATÁ MODÁLNÍ ANALÝZA

Úlohou, která poskytne informace o vlastních frekvencích a vlastních tvarech kmitání řešené sestavy a o jejich stabilitě je modální analýza předeptaté soustavy. Využívá nesymetrickou matici tuhosti, která byla určena ve statické nelineární úloze popsané v předchozí kapitole 8.

9.1 Nastavení úlohy a blok příkazů APDL

Veškerá geometrie, modely materiálu i okrajové podmínky vychází z předchozí statické úlohy. Nastavit je třeba požadovaný typ řešiče a počet extrahovaných vlastních tvarů. Dále je nutné zajistit, aby si řešič načel matici tuhosti z předchozí úlohy. Bylo opět využito nástroje Commands, níže je použitý blok příkazů s komentářem.

```
FINISH
/SOLU
! Nacte vysledky predchozi staticke analyzy
ANTYPE,STATIC,RESTART,,,PERTURB
! Nastavi typ analyzy na predepjatou modalni
PERTURB,MODAL
! Regeneruje matici tuhosti
SOLVE,ELFORM
! Resic QRDAMP, prvnich 200 vlastnich tvaru, komplexni vlastni
! tvary zapnuty
MODOPT,QRDAMP,200,,,ON
MXPAND,200          ! Vysledky pro prvnich 200 vlastnich tvaru
```

Ačkoli v novějších verzích ANSYS Workbench by měla úloha fungovat bez použití těchto příkazů, bylo tak tomu pouze v případě, že modální úloze předcházela lineární statická úloha. V případě nelineární hlásil program chybu.

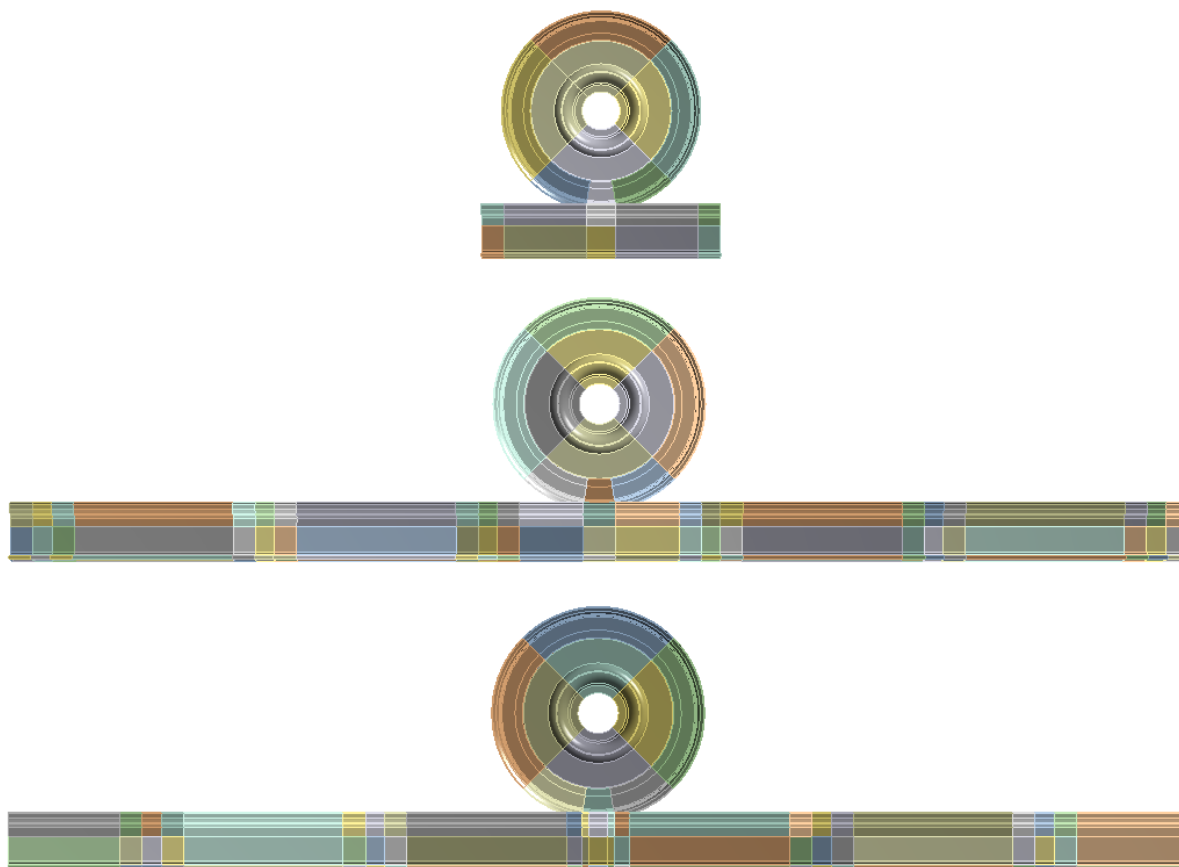
ANSYS obsahuje dva řešiče, které jsou schopny pracovat s nesymetrickými maticemi – QRDAMP a UNSYM. QRDAMP používá určitá zjednodušení a doporučuje se pouze v případech, kdy nesymetrii matice tuhosti způsobuje malý počet prvků [24]. To je ovšem přesně případ řešené úlohy. Řešič UNSYM pak

pracuje s plnou maticí tuhosti. V průběhu řešení předkládané práce byly vyzkoušeny několikrát oba řešiče a poskytovaly téměř totožné výsledky. Zejména z důvodu menší náročnosti na operační paměť byl dále používán řešič QRDAMP.

9.2 Řešené varianty

Kvůli problémům, rozebraným podrobněji v kapitole 9.5, byla vyzkoušena celá řada variant geometrie, okrajových podmínek a podmínek v kontaktu. Pro srovnání byla podrobnější analýza provedena u tří variant geometrie a OP (obr. č. 36):

- a) model v práci [22], dva pražce, kolo je mezi pražci, délka 800 mm
- b) model popsáný v kapitole 7, šest pražců, kolo je mezi pražci, délka 3700 mm
- c) model založený na b), pět pražců, kolo je nad pražcem, délka 3700 mm



obr. č. 36 – Modely geometrie.

Zásadním parametrem, který má vliv na výskyt nestabilit je směr prokluzu v kontaktu. Pro každý model byl proto proveden výpočet pro 10 různých směrů prokluzu, od čistě příčného (osa Y), po čistě podélný (osa X). Celkem tedy vzniklo 30 variant sdružené úlohy statická-modální.

9.3 Výsledky

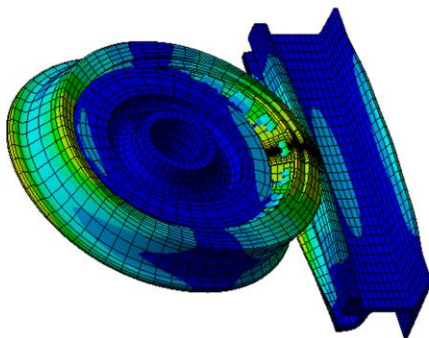
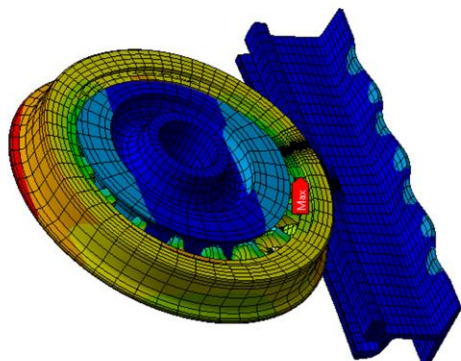
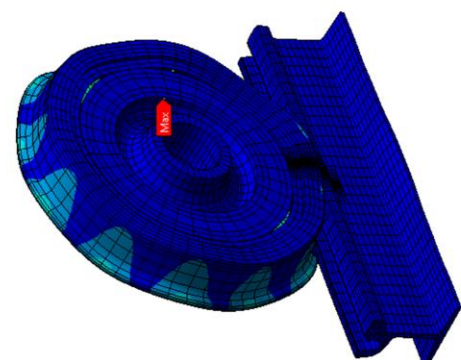
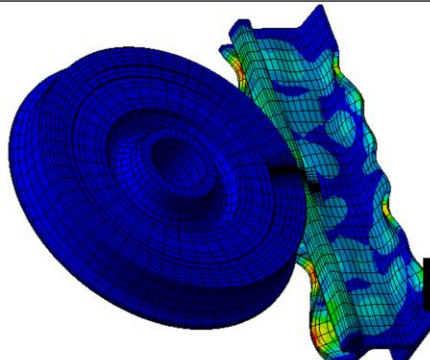
Všechny výsledky včetně vyobrazení nestabilních vlastních tvarů jsou pro jednotlivé počítané varianty zaznamenány v tabulkách tab. č. 8 tab. č. 9 tab. č. 10 na dalších stranách. V tabulkách jsou uvedeny vlastní frekvence a hodnoty stability pro daný vlastní tvar a směr prokluzu. Pokud je v buňce tabulky pomlčka, znamená to, že daný vlastní tvar je při daném směru prokluzu stabilní.

Jak již bylo uvedeno, bylo spočítáno prvních 200 vlastních tvarů. Pokud je nutné provést analýzu v určité frekvenční oblasti, je důležité si uvědomit, že složitější modely b) a c) mají díky přítomnosti větší části kolejnice také více vlastních tvarů. Takže zatímco u modelu a) je dvoustá vlastní frekvence kolem 8500 Hz, u modelů b) a c) je to pouze 4500 Hz.

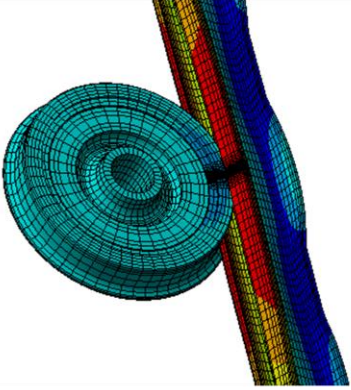
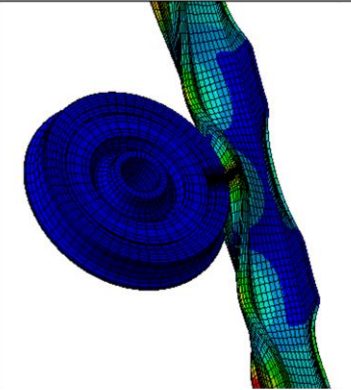
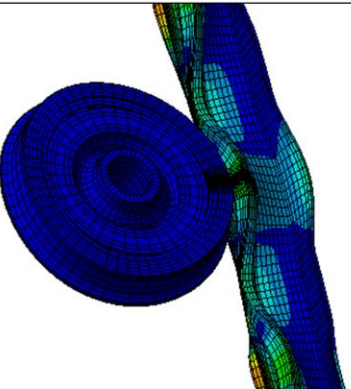
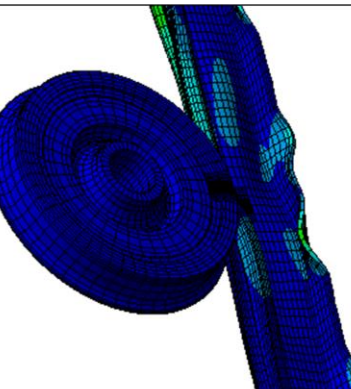
Jsou vidět velké rozdíly v dosažených nestabilitách, zejména při porovnání modelu a) s dvojicí b) a c). Mezi modely b) a c) je také rozdíl, k ovlivnění výsledků stačí slabě změněná tuhost kolejnice v místě kontaktu s kolem.

Obecně se dá říct, že destabilizujícím prvkem je zejména příčný prokluz. Při přechodu na prokluz podélný nestabilita často mizí. Někdy se objeví nestabilní vlastní tvar na vyšší frekvenci.

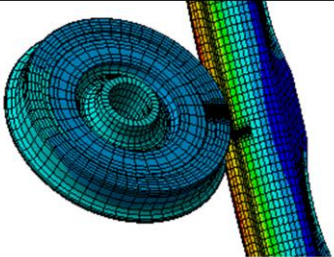
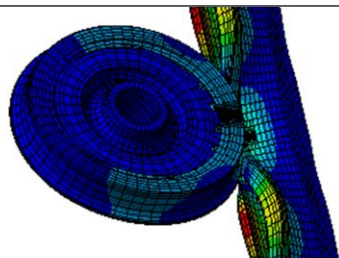
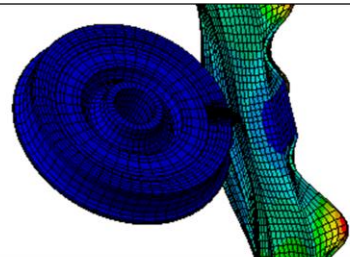
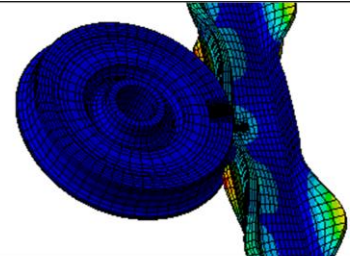
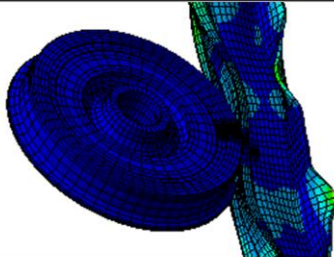
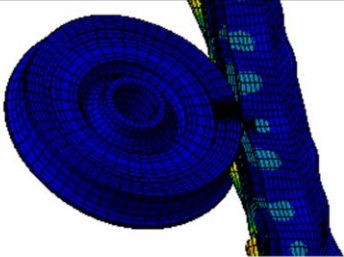
Jak bylo uvedeno v kapitole 4.4, za příčinu pískání je považováno především kmitání kola. Zatímco v případě modelu a) kmitá především kolo, v případě modelů b) a c) kmitá hlavně kolejnice.

Nestabilní mód							
a)	42	65	98	184			
Obr.							
	Úhel skluzu	Stabilita	Stabilita	Stabilita	Stabilita	Frekvence	Frekvence
	0	2971,33	-	-	-	-	-
	9	2971,43	-	-	-	-	-
	18	2971,73	-	-	-	-	-
	27	2972,21	-	-	-	-	-
	36	2972,85	-	-	-	-	-
	45	2973,61	-	-	-	-	-
	54	-	4254,77	6273,30	0,21	-	-
	63	-	4255,62	-	-	-	-
	72	-	-	-	-	-	-
	81	-	-	-	-	8228,131	0,21
	90	-	-	-	-	8228,331	0,32

tab. č. 8 – Výsledky pro variantu a).

b)		Nestabilní mód							
		3	36	49	105				
Obr.									
		Úhel skluzu	Frekvence	Stabilita	Frekvence	Stabilita	Frekvence	Stabilita	Frekvence
		0	200,37	52,08	1266,94	6,07	1635,16	8,27	-
		9	200,32	51,53	1266,93	6,00	1635,25	8,14	-
		18	20,19	49,89	1266,89	5,76	1635,52	7,73	-
		27	200,51	47,22	1266,87	5,37	1636,16	7,45	-
		36	200,77	43,49	1266,83	4,79	1636,95	6,77	-
		45	200,51	38,66	1266,73	3,98	1637,69	5,02	-
		54	200,35	32,73	1266,63	2,80	1638,56	0,51	2879,30
		63	201,34	25,59	-	-	-	-	2879,16
		72	201,57	16,16	-	-	-	-	-
		81	-	-	-	-	-	-	-
		90	-	-	-	-	-	-	-

tab. č. 9 – Výsledky pro variantu b).

c)	Nestabilní mód												
	3		39		42		92		110		192		
Obr.													
	Úhel skluzu	Frek	Stab	Frek	Stab	Frek	Stab	Frek	Stab	Frek	Stab	Frek	Stab
	0	231,77	53,06	1257,96	17,29	1399,87	0,27	2419,64	1,90	-	-	4444,68	2,34
	9	231,54	52,07	1257,88	17,05	1399,91	0,29	2419,66	1,88	-	-	4444,70	2,33
	18	230,84	49,14	1257,62	16,30	1400,03	0,29	2419,73	1,81	-	-	4444,79	2,32
	27	229,58	44,37	1257,20	14,98	1400,21	0,17	2419,84	1,69	-	-	4444,92	2,29
	36	231,45	35,67	1257,80	14,14	-	-	2419,99	1,56	-	-	4446,25	3,20
	45	228,57	26,64	1257,12	11,39	-	-	2420,18	1,27	2860,46	0,16	4446,48	3,03
	54	225,32	13,59	1256,36	6,93	-	-	2420,38	0,79	2860,59	0,16	4446,74	2,78
	63	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4445,95	1,64
	72	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4447,35	0,68
	81	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	90	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

tab. č. 10 – Výsledky pro variantu c).

9.4 Alternativy řešení problému v systému ANSYS

Sdruženou úlohu, která je popsána v kapitolách 7 a 8, nazývá dokumentace ANSYSu plně nelineární předepjatou modální analýzou (full nonlinear perturbed modal analysis). Kromě této zná ještě další dvě výpočetně méně náročné analýzy určené hlavně pro řešení problému pískání automobilových brzd. Poslední možností jak zavést prokluz do kontaktu je využití obecného prvku MATRIX27. Všechny tyto alternativy jsou popsány níže.

9.4.1 Částečně nelineární předepjatá modální analýza

V dokumentaci ANSYSu je pod názvem partial nonlinear perturbed modal analysis. Hlavní rozdíl oproti plně nelineární analýze spočívá v tom, že příkaz CMROTATE je volán až v modální analýze, čímž je ušetřen jeden zátěžný krok v analýze statické. Tečná napětí v kontaktu jsou určena prostým přenásobením normálových napětí součinitelem tření po dokončení prvního zátěžného kroku. Nebere se proto v potaz případná změna rozměrů kontaktní plochy a napětí v kontaktu po zavedení prokluzu. Rozdíl je dobře patrný z tab. č. 7.

9.4.2 Lineární nepředepjatá modální analýza

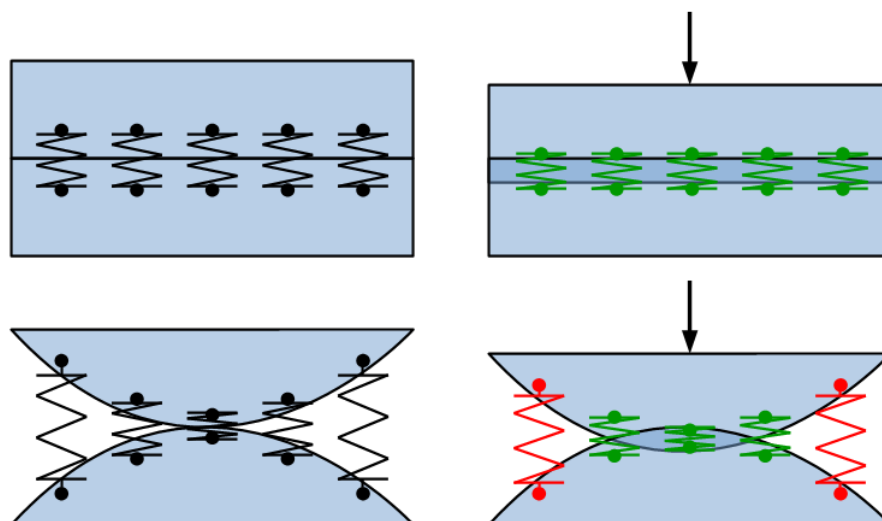
V dokumentaci ANSYSu je pod názvem linear non-prestressed modal analysis. Obsahuje stejné zjednodušení jako předchozí typ, navíc ale zanedbává vliv předepnutí. Statická úloha se tedy vůbec neřeší, napjatost v kontaktu je určena z jeho počátečního stavu. Tato metoda je vzhledem ke své rychlosti vhodná pro parametrické analýzy.

9.4.3 Prvek MATRIX27

Poslední možností jak simulovat prokluz v kontaktu a zavést tím nesymetrii do matice tuhosti v systému ANSYS je použití prvku MATRIX27 (dále jen M27). Jedná se univerzální dvouuzlový prvek, který nemá definovanou geometrii. Jeho odezvu je možné řídit pomocí matic hmotnosti M , tlumení C a tuhosti K [25]. Pokud je tento prvek (prvky) vhodně umístěn do kontaktu a je správně nastavena matice K , jeho odezvou na stlačení (působení normálové síly N) je tečná síla T dle rovnice $T = f \cdot N$, kde f je požadovaný součinitel tření. To způsobí tečné silové působení v kontaktu, tak jako při skutečném prokluzu.

Tento přístup byl využíván při modelování problému pískání automobilových brzd. Jeho nevýhodou je nutnost vytvořit síť v místě kontaktu tak, aby se utvořily dvojice vzájemně si odpovídajících uzlů. Po zavedení příkazu CMROTATE se od tohoto přístupu upustilo. Nicméně v MKP systémech, které nenabízejí analogii příkazu CMROTATE je tento přístup většinou jediný možný (např. NASTRAN).

Vytvořit síť s odpovídajícími si uzly je sice v některých případech pracné, ale v zásadě bezproblémové. Daleko větším problémem je tvar kontaktních ploch. Zatímco při modelování pískání kotoučových brzd jsou třecí plochy uvažovány jako rovinné a vzájemně rovnoběžné, při odvalování kola po kolejnici jsou plochy zakřivené. Pokud prvky M27 spojují všechny uzly třecích ploch, tak jak je to zvykem při řešení brzd, vyústí to v nesprávné výsledky.



obr. č. 37 – Situace v kontaktu při použití prvků MATRIX27.

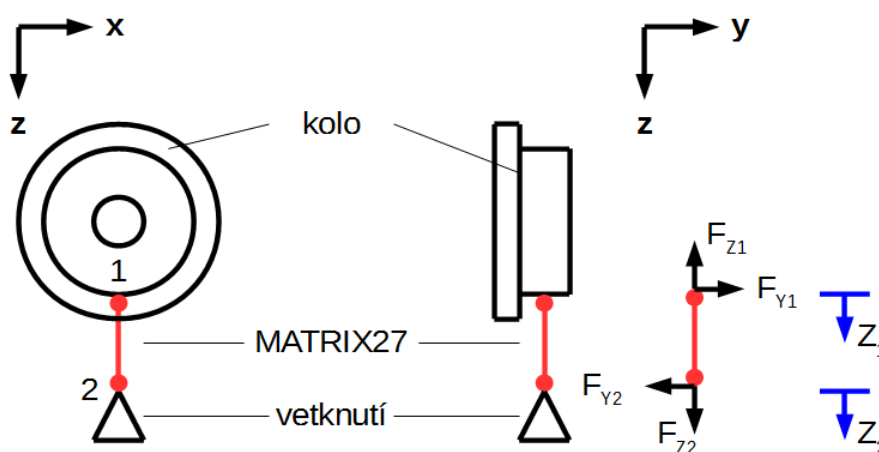
Na obr. č. 37 je situace v kontaktu při použití prvků M27, nahoře pro rovinné kontaktní plochy, dole pro zakřivené. Při zatěžování kontaktní dvojice začnou všechny prvky M27 vyvozovat silovou odezvu. V případě rovinné kontaktní plochy je to správně (prvky označeny zeleně), protože prokluz probíhá v celé ploše. V případě zakřivené plochy jsou ale aktivní i prvky v místech, kde zatím vůbec nedochází ke kontaktu (označeny červeně) a tím pádem ani k prokluzu.

Dalším omezením, které platí i pro rovinné kontaktní plochy je skutečnost, že prvek M27 je typu tah-tlak, tedy generuje silovou odezvu nejen při stlačení, ale i při natažení a to v opačném smyslu. Výsledkem je, že pokud dojde ke ztrátě kontaktu, prvek simuluje prokluz v opačném směru.

Přes popsaná omezení bylo použití prvku M27 namísto CMROTATE vyzkoušeno. Byl použit model a) dle kapitoly 9.2, využít jediný prvek M27 umístěný do středu kontaktní plochy a uvažovány dvě varianty:

- a) prvek M27 nahrazuje pouze příkaz CMROTATE, zbytek modelu je zachován
- b) prvek M27 nahrazuje příkaz CMROTATE a navíc veškerou svislou tuhost kontaktu (kolejnice je z modelu odebrána)

Níže je příklad sestavení matice tuhosti pro variantu b). Situace je na obr. č. 38.



obr. č. 38 – Silové schéma pro použití prvku MATRIX27, varianta b).

$$\text{Výsledná deformace prvku je } Z = Z_1 - Z_2 \quad (11)$$

Reakční síly prvku pak

$$F_{Z1} = -F_{Z2} = KZ = K(Z_1 - Z_2) \quad (12)$$

$$F_{Y1} = -F_{Y2} = \mu F_{Z1} = -\mu F_{Z2} = \mu K(Z_1 - Z_2) \quad (13)$$

Maticově včetně momentů (ty jsou nulové)

$$\begin{bmatrix} F_{X1} \\ F_{Y1} \\ F_{Z1} \\ M_{X1} \\ M_{Y1} \\ M_{Z1} \\ F_{X2} \\ F_{Y2} \\ F_{Z2} \\ M_{X2} \\ M_{Y2} \\ M_{Z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ \phi_{X1} \\ \phi_{Y1} \\ \phi_{Z1} \\ X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \\ \phi_{X2} \\ \phi_{Y2} \\ \phi_{Z2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Matice 12x12 je výsledná matice tuhosti K .

Ani jednou z variant a) nebo b) nebylo nestability dosaženo, v případě varianty b) byla velmi ovlivněna i poloha vlastních frekvencí. Dle zkušeností autora proto nelze tento přístup k řešení doporučit.

9.5 Obecné zkušenosti s úlohou

S modální úlohou byly velké problémy. Zpočátku bylo obtížné nestability ve výsledcích vůbec dosáhnout. Pokud už se objevila, ležela často na vysoké frekvenci a po drobné změně sítě zanikla.

Při výpočtu na hrubší síti v místě kontaktu se nestabilita objevovala. Po zjemnění sítě se zmenšila kontaktní plocha, zvětšila se koncentrace napětí a nestabilita opět zanikla.

Úloha byla nejdříve řešena s kolejnicí bez úklonu, kontaktní ploška se nenacházela ve středu pojížděné plochy kolejnice. Po zavedení úklonu a přesunutí plošky do středu se začala nestabilita objevovat častěji.

Další pokusy byly prováděny s uložením kolejnice. Byl vytvořen model na bázi modelu a), kde byla kolejnice podepřena po celé délce (jako při uložení v BKV panelu). Výsledkem byla nestabilita jiného vlastního tvaru než při uložení na pražcích.

Závěrem by se dalo konstatovat, že tato úloha je velice citlivá na vstupní parametry, zejména pak na

- hodnotu součinitele tření
- síť konečných prvků, zejména v místě kontaktu
- polohu kontaktní plošky
- tuhost uložení kola a kolejnice, potažmo model dynamiky vozidla a tratě

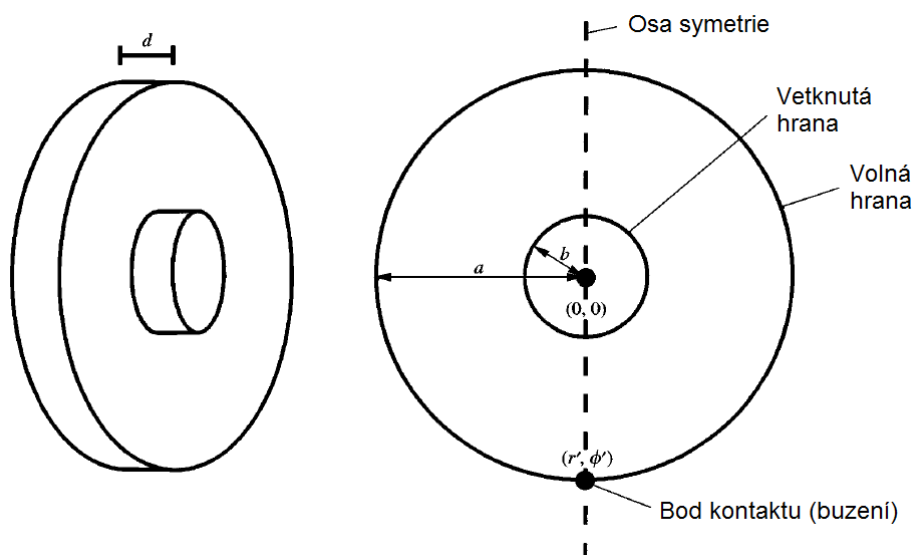
10 MODEL BUDÍCÍ SÍLY

Jak bylo uvedeno na začátku kapitoly 7, modelování použité v předkládané práci lze rozdělit na dvě vzájemně nezávislé části. První částí je sdružená úloha statická-modální, druhou sdružená úloha statická-harmonická-akustická. Jako vstup do druhé části slouží budící síla. Průběh její velikosti ve frekvenčním spektru má zásadní vliv na obdržené výsledky.

V této kapitole je popsán zjednodušený analytický model, který daný průběh poskytuje. Vznikl vlastní implementací modelu popsaného v práci [3]. Veškeré rovnice a komentář k nim jsou převzaty z tohoto článku.

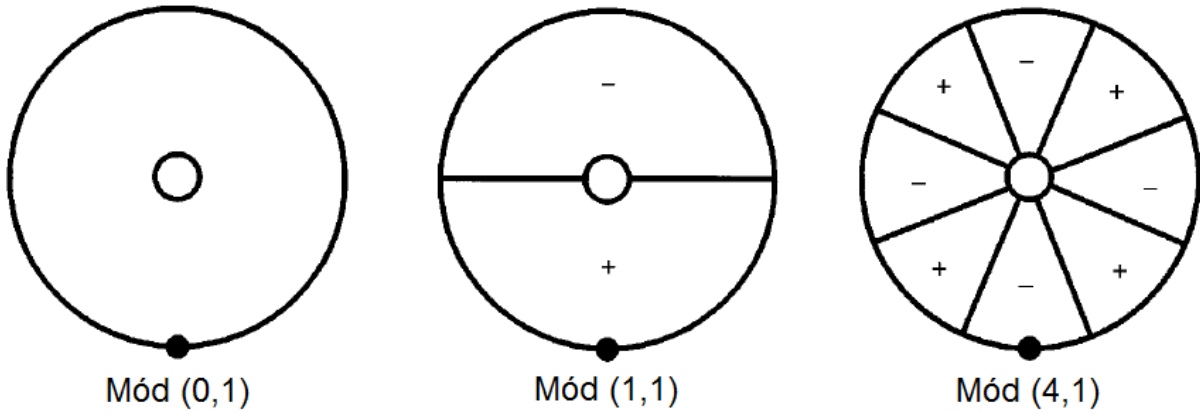
10.1 Základní předpoklady

Model je omezen na modální vlastnosti kola. Kolo je modelováno jako mezikruhová deska konstantní tloušťky d popsaná polárními souřadnicemi (r, φ) . Kontakt je uvažován pouze v jediném bodě o souřadnicích (r', φ') na obvodu disku. Buzení v kontaktním bodě je vždy kolmé na rovinu desky. Chování kontaktu je popsáno pouze pomocí třecí charakteristiky $F(v)$, viz kapitola 4.3.



obr. č. 39 – Geometrie a okrajové podmínky použité v modelu. Upraveno dle [3]

Skluzová rychlost (kapitola 4.1) je značena V . Kolo kmitá rychlostí v , která je závislá na poloze (r, φ) . Jsou uvažovány pouze ohybové tvary kmitání kola, značené (m, n) , kde m je počet uzlových průměrů a n počet uzlových kružnic (obr. č. 40).



obráz. č. 40 – Některé ohybové vlastní tvary kmitů desky. Upraveno dle [3]

10.2 Greenova funkce

Modální vlastnosti desky (kola) jsou popsány pomocí tzv. Greenovy funkce, což je ekvivalent impulzní odezvy. Greenova funkce je časová závislost výchylky desky v bodě (r, φ) při vybuzení jednotkovou silou v bodě (r', φ') , tedy $G(r, \varphi, r', \varphi', t)$. Autoři článku [3] rozlišují čas vybuzení, který značí jako t' a čas pozorovatele, značený t . Autoři vychází z diferenciální rovnice pro kmitání kruhové desky

$$B\nabla^4 G + M \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = \delta(t - t')\delta(r - r')\delta(\varphi - \varphi') \quad (15)$$

kde

$$B = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)} \text{ je ohybová tuhost desky,} \quad (16)$$

$$M = \frac{m}{\pi(a^2 - b^2)} \text{ je hmotnost na jednotku plochy,} \quad (17)$$

δ je Diracova delta funkce.

Po zavedení okrajových podmínek pro tento konkrétní případ a řešení nehomogenního okrajového problému máme

$$G(r, \varphi; r', \varphi'; t - t') = \begin{cases} \text{real} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} R_{mn}(r) A_{mn}(r') \cos m(\varphi - \varphi') e^{-i\psi_{mn}(t-t')} & \text{pro } t \geq t' \\ 0 & \text{pro } t < t' \end{cases} \quad (18)$$

kde

$$R_{mn}(r) = J_m(k_{mn}r) + B_{mn}I_m(k_{mn}r) + C_{mn}Y_m(k_{mn}r) + D_{mn}K_m(k_{mn}r) \quad (19)$$

$$A_{mn}(r') = -\frac{r' R_{mn}(r')}{Mi\omega_{mn}\varepsilon_m\pi \int_{r=b}^a R_{mn}^2(r) r dr}, \varepsilon_m = \begin{cases} 2 & \text{pro } m = 0 \\ 1 & \text{pro } m \neq 0 \end{cases} \quad (20)$$

Komplexní vlastní frekvence ψ_{mn} je dána rovnicí

$$\psi_{mn} = \omega_{mn} + i\delta_{mn} \quad (21)$$

kde

$$\omega_{mn} = k_{mn}^2 \sqrt{\frac{B}{M}} \quad (22)$$

je vlastní úhlová frekvence jednotlivých módů a δ_{mn} reprezentuje tlumení jednotlivých kmitů, které model neposkytuje (je nutné jej zadat externě).

Součin

$$g_{mn}(r, \varphi; r', \varphi') = R_{mn}(r)A_{mn}(r')\cos m(\varphi - \varphi') \quad (23)$$

se nazývá amplituda Greenovy funkce.

J_m a Y_m je Besselova resp. Neumannova funkce řádu m . I_m a K_m jsou hyperbolické (modifikované) Besselovy funkce řádu m [26]. B_{mn} , C_{mn} a D_{mn} jsou relativní amplitudy, jejich předpis je komplikovaný (obsahuje Besselovy funkce, Neumannovy funkce, hyperbolické (modifikované) Besselovy funkce a derivace všech těchto funkcí). k_{mn} jsou tzv. vlnová čísla, vzniklá řešením komplikované nelineární rovnice. Všechny tyto zde neuvedené rovnice jsou v [3, Appendix A].

10.3 Časová odezva disku

Odezva desky na impuls síly je tedy známa – je dána Greenovou funkcí. Důležitým předpokladem v práci [3] je linearita řešeného dynamického systému. Ta dovoluje použití principu superpozice. Odezva na řadu silových impulsů je pak dána lineární superpozicí odezev na jednotlivé impulsy. Pokud je spojitá závislost síly $F(t')$ uvažována jako řada silových impulsů, pak je princip superpozice vyjádřen následujícím integrálem

$$w(r, \varphi, t) = \int_{t'=0}^t F(t')G(r, \varphi; r', \varphi'; t - t')dt' \quad (24)$$

kde $w(r, \varphi, t)$ je průhyb desky v bodě (r, φ) v čase t jako výsledek působení síly F . Síla buzení F je v tomto případě kontaktní síla řízená třecí charakteristikou $F(v)$. Rychlost kmitání desky je časová derivace průhybu desky, tedy

$$v(r, \varphi, t) = \int_{t'=0}^t F(v(r', \varphi', t')) \frac{\partial G(r, \varphi; r', \varphi'; t - t')}{\partial t} dt' \quad (25)$$

což je Volterrova integrální rovnice prvního druhu. Pokud je do této rovnice dosazena derivace Greenovy funkce a kontaktní bod (r', φ') bereme jako pevný, dostaneme

$$v(t) = \text{real} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} -i\psi_{mn} g_{mn} e^{-i\psi_{mn}t} \int_{t'=0}^t F(v(t')) e^{i\psi_{mn}t'} dt' \right) \quad (26)$$

Integrál

$$I_{mn}(t) = \int_{t'=0}^t F(v(t')) e^{i\psi_{mn}t'} dt' \quad (27)$$

může být rozdělen na dvě části, první část na intervalu $(0, t - \Delta t)$ a druhá na intervalu Δt , kde Δt je malý časový krok,

$$I_{mn}(t) = \int_{t'=0}^{t-\Delta t} F(v(t')) e^{i\psi_{mn}t'} dt' + \int_{t'=t-\Delta t}^t F(v(t')) e^{i\psi_{mn}t'} dt' \quad (28)$$

První integrál představuje $I_{mn}(t - \Delta t)$. Druhý integrál se dá řešit přibližně. Předpokládáme, že časový interval Δt je velmi malý. Pak síla $F(v(t'))$ je na tomto intervalu přibližně konstantní a rovná se $F(v(t - \Delta t))$. Integrál je tak možné vypočítat analyticky

$$\int_{t'=t-\Delta t}^t F(v(t')) e^{i\psi_{mn}t'} dt' = F(v(t - \Delta t)) (e^{i\psi_{mn}t} / i\psi_{mn}) (1 - e^{-i\psi_{mn}\Delta t}) \quad (29)$$

Pak může být rovnice (28) vyjádřena jako

$$I_{mn}(t) = I_{mn}(t - \Delta t) + F(v(t - \Delta t)) \frac{e^{i\psi_{mn}t}}{i\psi_{mn}} (1 - e^{-i\psi_{mn}\Delta t}) \quad (30)$$

Po nahrazení integrálu v rovnici (26) dostaneme

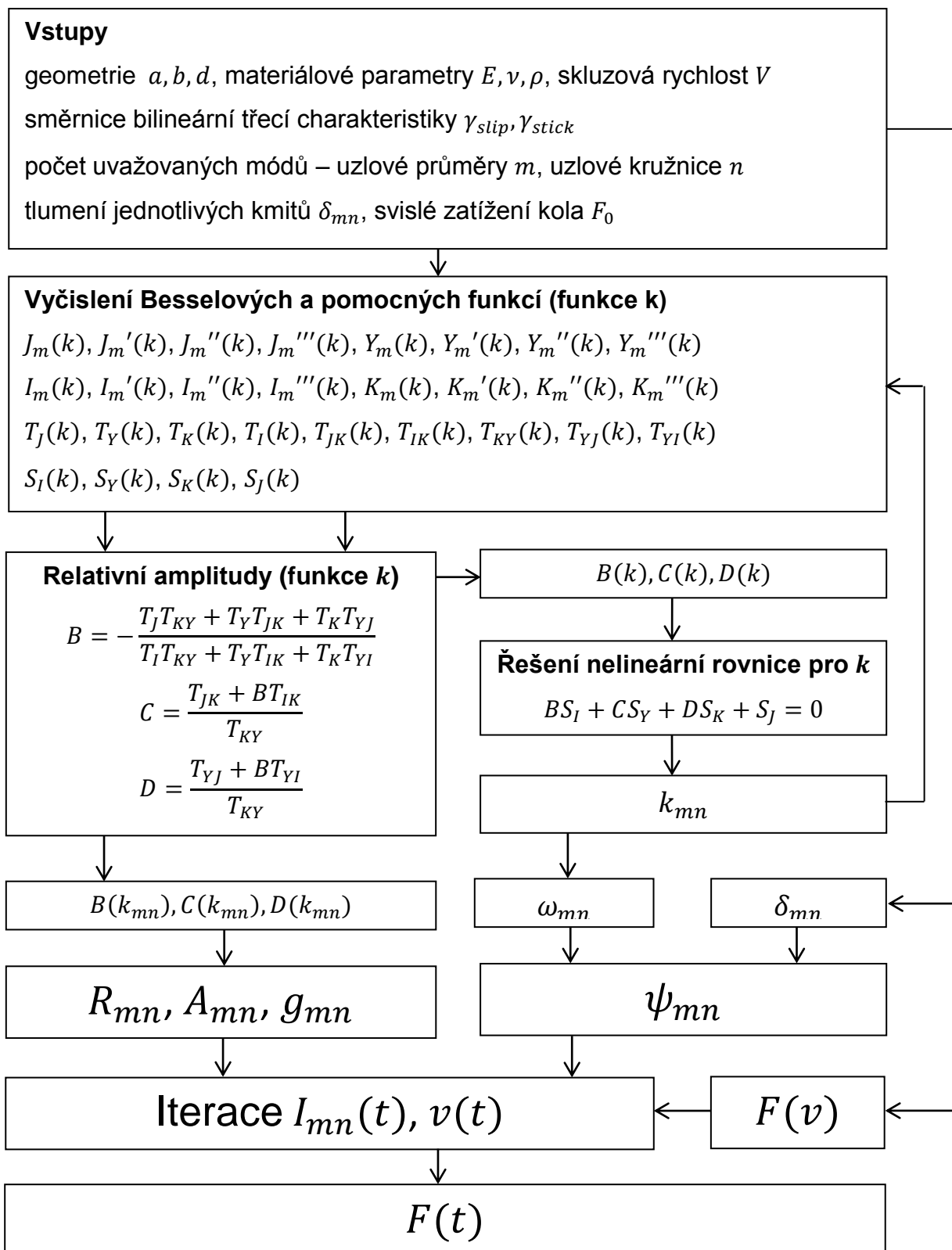
$$v(t) = \text{real} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} -i\psi_{mn} g_{mn} e^{-i\psi_{mn}t} I_{mn}(t) \right) \quad (31)$$

Rovnice (30) a (31) představují iterační metodu výpočtu časové závislosti rychlosti $v(t)$. Iterace začíná v čase $t = 0$ s počáteční podmínkou $I_{mn}(0) = 0$ (ekvivalentní s $v(0) = 0$). Tato iterační metoda funguje pro jakoukoli třecí charakteristiku danou předpisem $F(v)$.

Numerická implementace tohoto algoritmu může počítat pouze s konečným počtem vlastních tvarů (módů). Dle frekvence nejvyššího uvažovaného módu je třeba nastavit časový krok Δt – ten musí být menší než je perioda T tohoto módu.

10.4 Implementace

Model popsaný v přechozích kapitolách byl implementován v prostředí MATLAB 7.1. Zdrojový kód má přibližně 360 řádků a jeho funkce je popsána schematicky níže.

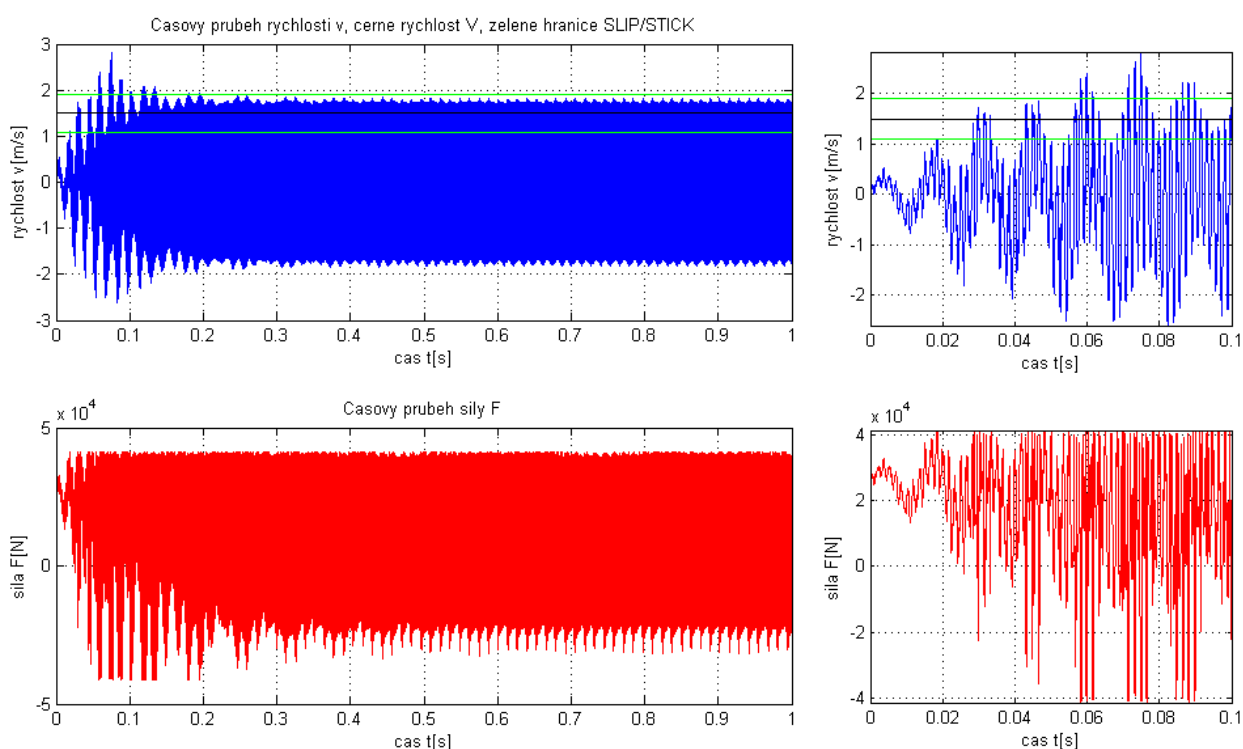


10.5 Simulace a výsledky

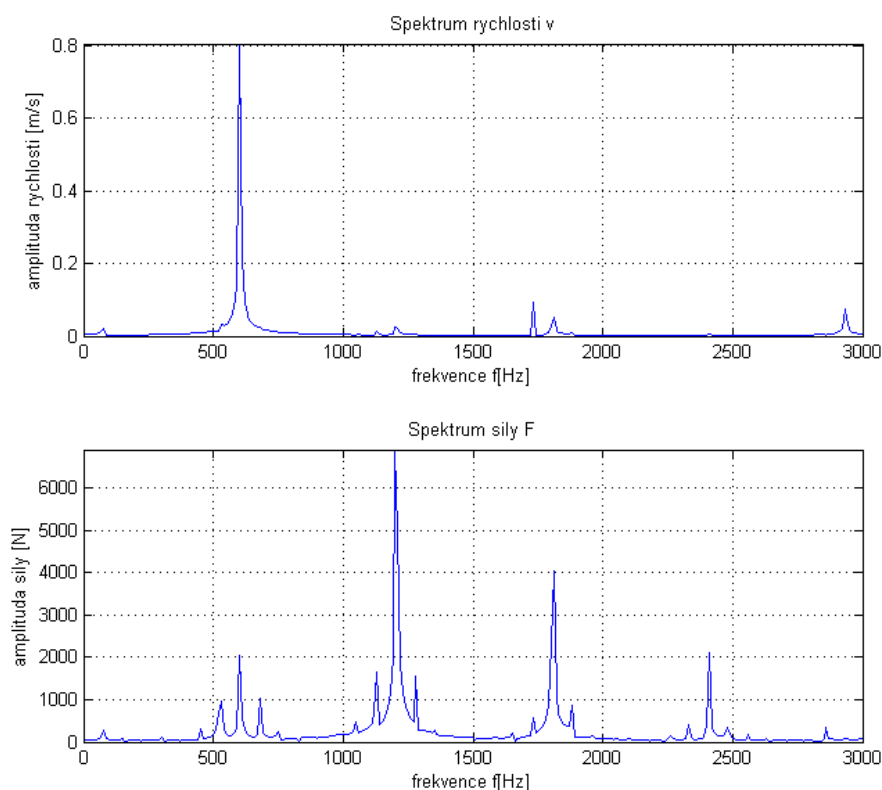
Autoři článku [3] použili výše uvedený model pro simulaci kmitání kotoučku o velkém průměru 76 mm, malém 20 mm, tloušťce 3 mm a hmotnosti přibližně 107 g. Tramvajové kolo řešené v předkládané práci má velký průměr pojezdové plochy zhruba 620 mm, průměr díry na osu 128 mm a hmotnost kolem 170 kg. Tyto parametry byly zadány do modelu. Tloušťka desky (kola) byla nastavena tak, aby se výsledné vlastní frekvence co nejvíce přiblížily hodnotám stanoveným v kapitole 7.5.

Nicméně jde o velké zjednodušení skutečného problému. Největším problémem je přítomnost pryžových vložek, které kolo prakticky dělí na dvě části – střed a obruč. Každá část má pak své vlastní tvary na odlišných frekvencích.

Základním výstupem z modelu jsou časové průběhy rychlosti kmitání v bodě kontaktu $v(t)$ a kontaktní síly $F(t)$. Převodem do frekvenční oblasti pomocí Fourierovy transformace se získají spektra $v(f)$ a $F(f)$. Na obr. č. 41 je simulace o délce 1 s. Je dobře patrná počáteční přechodová část (detailněji vpravo), po zhruba 0,4 s se kmitání ustálí. Spektra (obr. č. 42) jsou počítána až z ustálených průběhů.



obr. č. 41 – Časové průběhy rychlosti kmitání a kontaktní síly v čase 0-1 s (vlevo) a 0-0,1 s



obr. č. 42 – Frekvenční spektra rychlosti kmitání a kontaktní síly.

11 HARMONICKÁ ANALÝZA

Tato úloha poskytuje informace o odezvě soustavy na buzení harmonickou silou. Důležitým získaným výsledkem jsou rychlosti kmitání uzlů na povrchu kola v závislosti na frekvenci. Ty slouží jako vstup do následující akustické úlohy.

Opět se předpokládá, že důležitou roli hraje situace v kontaktu, proto je uvažováno kolo i kolejnice. Z tohoto důvodu je před samotnou úlohu harmonickou třeba zařadit první zátěžný krok nelineární statické úlohy popsany v kapitole 8, tedy zatížení svislou kolovou silou Q . Pro druhou část výpočetního modelu, tedy sdruženou úlohu statická-harmonická-akustická byl na doporučení firmy MECAS ESI vybrán pouze model b) dle kapitoly 9.2.

Jak bylo uvedeno v kapitole 4, za vznik samobuzeného kmitání může prokluz mezi kolem a kolejnicí, který ve spojení s jevem slip-stick generuje proměnnou sílu v kontaktu mezi kolem a kolejnicí, která kmitání udržuje a má tak charakter budící síly. Není však budící silou vnější. Správné by tedy bylo buzení úlohy pouze prokluzem v kontaktu. To však v případě harmonické úlohy není možné. Vyloučeno

je i použití příkazu CMROTATE, ten lze použít pouze ve statických a modálních úlohách [27]. Nezbyvá tedy jiná možnost než tuto budící sílu zavést do kontaktu externě.

11.1 Nastavení úlohy

Mezi základní nastavení patří řešený frekvenční rozsah a krok (počet intervalů). Bylo rozhodnuto o řešení na intervalu 0 – 3000 Hz s krokem 10 Hz. Rozumná volba horní meze frekvence je důležitá s ohledem na následující akustickou analýzu. Minimální přípustná velikost prvku s rostoucí frekvencí klesá, což na objemové síti způsobí prudký nárůst počtu prvků a tím i výpočetní náročnosti. Více o této problematice je uvedeno v kapitole 12.1.

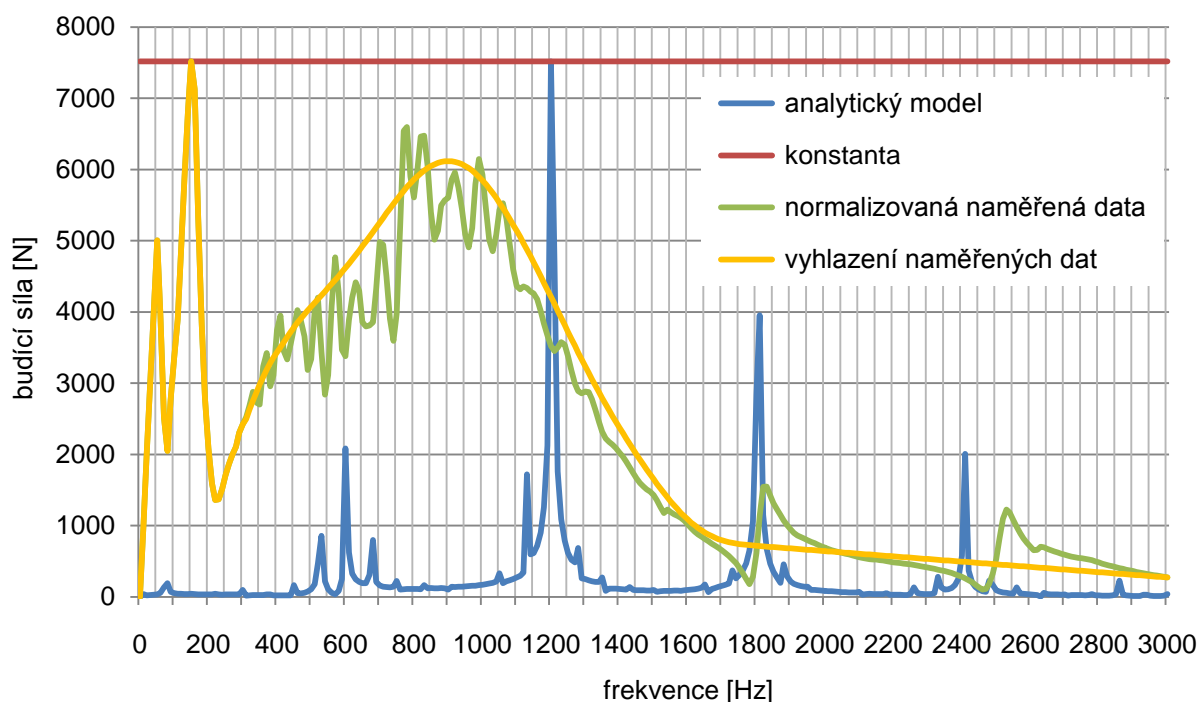
Harmonickou úlohu je možné řešit pomocí modální superpozice nebo plné metody. Modální superpozice stanoví odezvu jako lineární kombinaci vlastních tvarů kmitů, proto je rychlejší. Navíc může využít předem napočítané vlastní tvary, což se hodí při opakovaných (parametrických) výpočtech. Plná metoda stanoví odezvu z přímého řešení pohybových rovnic, je pomalejší. Umožňuje však navázat na statickou úlohu, která obsahuje nesymetrickou matici tuhosti. Proto je nutné zvolit ji. [28]

11.2 Budící síla

Posledním krokem je zavedení budící síly do kontaktu. Jak bylo uvedeno, průběh velikosti její amplitudy v závislosti na frekvenci má rozhodující vliv na výsledky. Původně měl jako zdroj této závislosti posloužit analytický model představený v kapitole 10. Tento model dobře popisuje přechodový děj na začátku kmitání a jeho ustálení. Stejně tak ukazuje, že budící síla nemá sinusový průběh, má nenulovou střední hodnotu a špičkovou amplitudu kolem 7500 N. Nicméně popis modálních vlastností kola pomocí mezikruhové desky byl shledán jako nedostatečný.

Firmou MECAS ESI byl dodána frekvenční závislost amplitudy svislé kolové síly Q s tím, že tvar křivky této závislosti pro příčnou vodící sílu Y bude podobný. Proto byl zvolen následující postup – jako základní velikost amplitudy budící síly byla použita špičková amplituda z analytického modelu o velikosti 7520 N. Dodaná

experimentální data byla vyhlazena a normalizována na tuto velikost. Vše zachycuje graf na obr. č. 43.



obr. č. 43 – Závislost budící síly na frekvenci.

Pro další výpočet jsou uvažovány dva případy:

- a) buzení konstantní silou (obr. č. 43, červená křivka)
- b) buzení proměnnou silou založenou na měření (obr. č. 43, žlutá křivka)

Výsledky z předepjaté modální analýzy naznačují, že je pro výskyt nestabilního kmitání nebezpečnější příčný prokluz. Je proto uvažováno působení budící síly pouze ve směru kolmém na rovinu kola. K zadání síly je použita funkce Nodal Force a vybrán uzel který leží ve středu kontaktu (v místě špičky kontaktního tlaku), viz obr. č. 44.

Zadání síly, která je v závislosti na frekvenci konstantní, je bezproblémové. Zadání síly tabulkou v závislosti na frekvenci, není u funkce Nodal Force v prostředí Workbench možné. Je nutné si opět pomoci funkcí Commands a následujícími příkazy jazyka APDL.

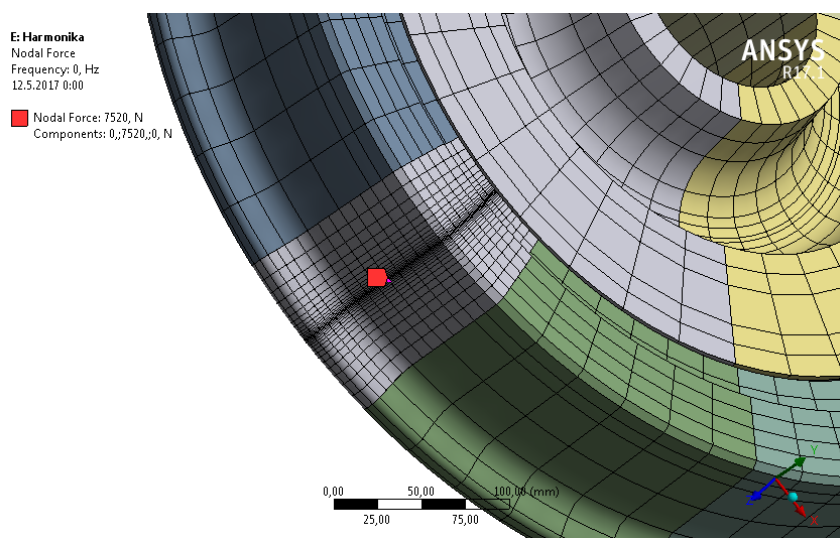
```
! Vytvori tabulku buzeni 2x300, první sloupec budou frekvence
*DIM,buzeni, TABLE, 300, 1, 1, FREQ,
```

```
! Nacte soubor vstup.txt z pracovni slozky a ulozi jeho obsah
! do tabulky buzeni
```

```
*TREAD,buzeni,vstup,txt,
```

```
! Nastavi zatizeni silou ve smeru osy Y do uzlu, který je
! obsazen v Named Selection (Component) nod_buzeni, velikost
! sily se ridi dle tabulky buzeni
```

```
F,nod_buzeni,FY,%buzeni%
```



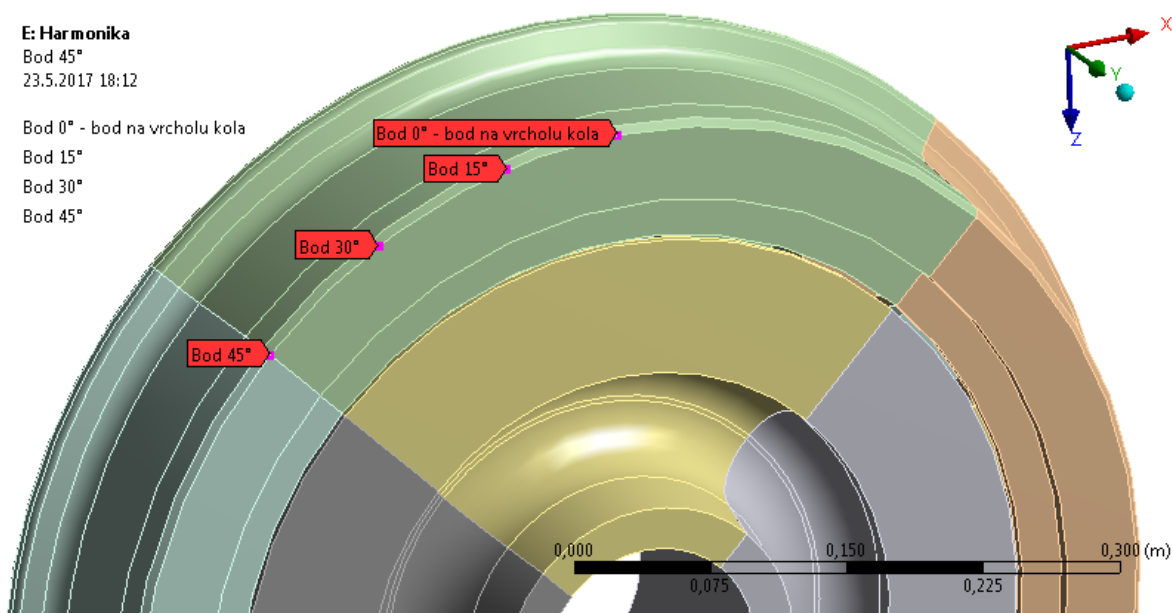
obr. č. 44 – Zadání budící síly do uzlu.

11.3 Výsledky

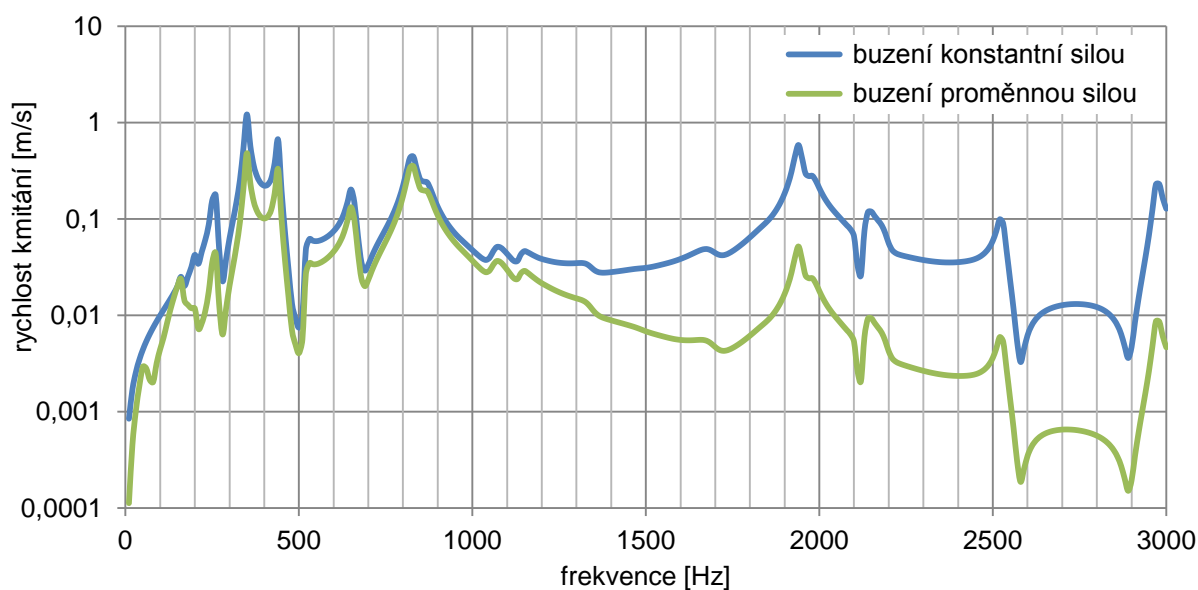
Důležitým výsledkem je pole rychlostí na povrchu kola pro všechny frekvence, což je vstup do následující akustické úlohy. Pro přehledné vyhodnocení výsledků harmonické úlohy je vhodné sledovat amplitudy rychlosti spíše v jednotlivých bodech. Byl vybrán bod na boční straně obruče kola a další tři body, stejně vzdálené od středu kola, ale pootočené o 15°, 30° a 45° (obr. č. 45). Protože za problémové z hlediska vyzařování hluku se považují ohybové kmity kola, sleduje se zejména složka rychlosti v ose Y.

Pro ověření skutečnosti, že buzení dle 11.2 a) a b) generuje odlišné výsledky, lze použít funkce Frequency Response. Ta ukazuje závislost jedné (složky) veličiny na frekvenci. Na obr. č. 46 je závislost rychlosti ve směru osy Y (rychlost ohybového kmitání) na frekvenci v bodě na vrcholu kola. Je zřejmé, že špičky proměnné budící síly (obr. č. 43, žlutá křivka) na intervalu 0-200 Hz odpovídají

vybuzeným špičkám rychlosti ve stejném intervalu. Stejně tak významný pokles velikosti budící síly od 1000 Hz má za následek pokles velikosti vybuzených rychlostí. Tvar křivky ale zůstává téměř stejný.



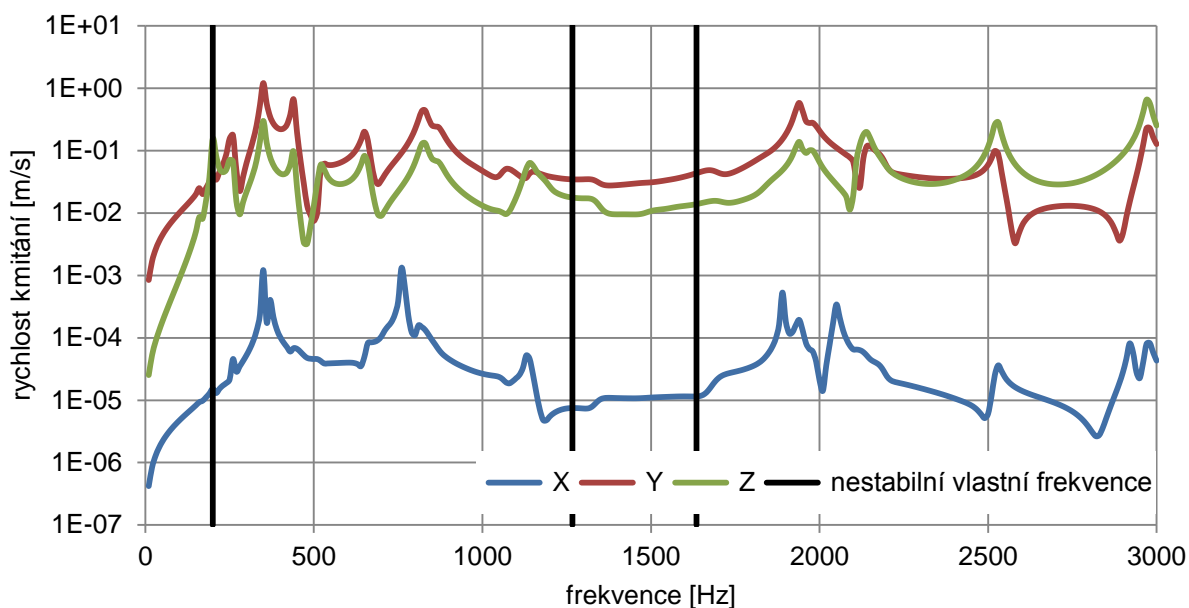
obr. č. 45 – Sledované body na povrchu kola.



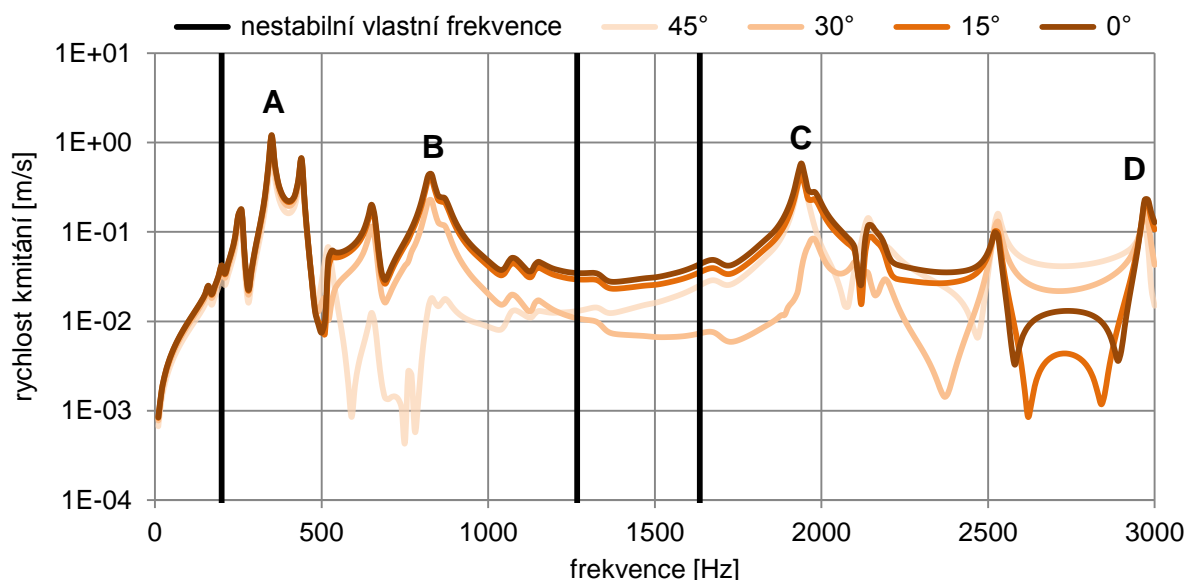
obr. č. 46 – Závislost Y-složky rychlosti na frekvenci v bodě na vrcholu kola.

Porovnání amplitud rychlostí v osách X, Y a Z v bodě na vrcholu kola pro buzení konstantní silou je na obr. č. 47. Je zřejmé, že složky rychlosti v ose X (torzní kmitání) jsou výrazně menší než ve zbývajících osách. Je rovněž vyobrazena poloha

nestabilních vlastních frekvencí. V místech nestabilit se nevyskytují žádné výraznější špičky rychlosti.



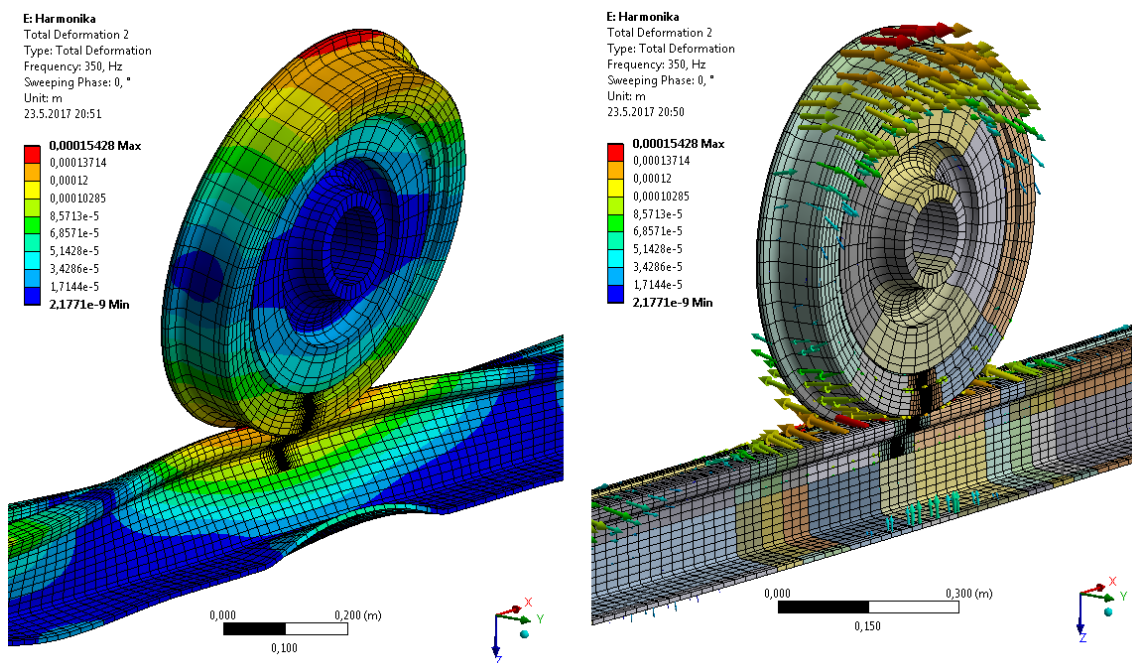
obr. č. 47 – Závislost X, Y a Z-složek rychlostí na frekvenci v bodě na vrcholu kola



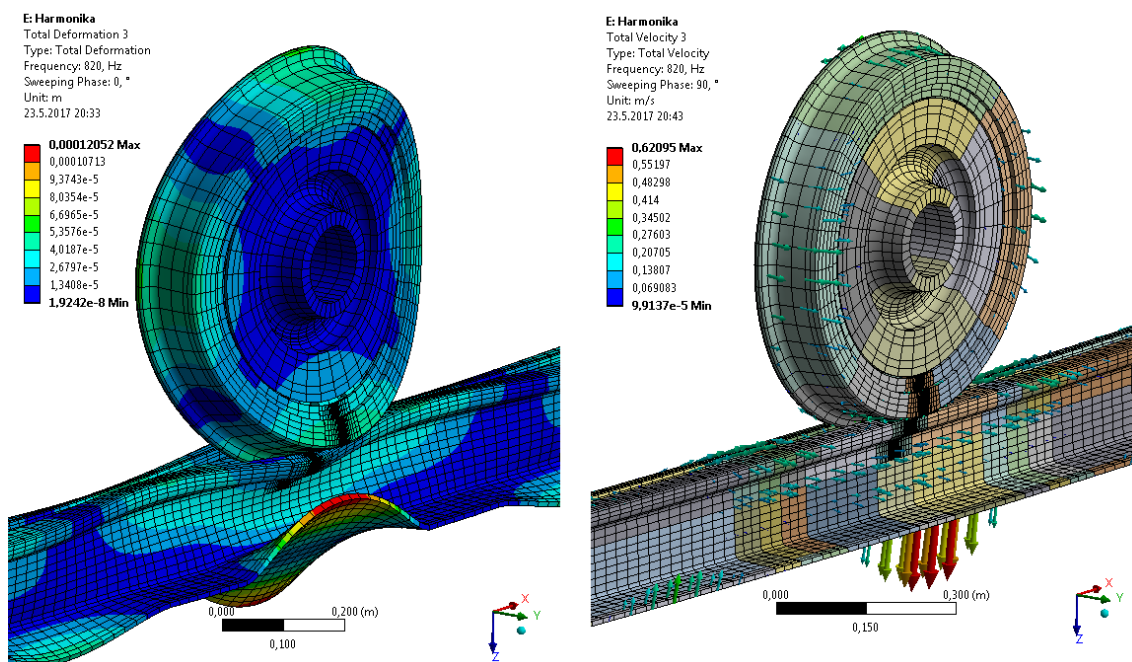
obr. č. 48 - Závislost Y-složky rychlosti na frekvenci ve sledovaných bodech

Vyhodnocení rychlostí přes frekvenční spektrum však nelze interpretovat takto jednoduše. V případě ohybových kmitů se v daném bodě může vyskytovat jak kmitna, tak uzlový průměr nebo uzlová kružnice. Nevhodná volba sledovaného bodu pro daný tvar kmitu může mít za následek absenci špičky v grafu, ačkoli kolo výrazně kmitá. To dokumentuje obr. č. 48, na kterém je zřetelný odlišný frekvenční průběh

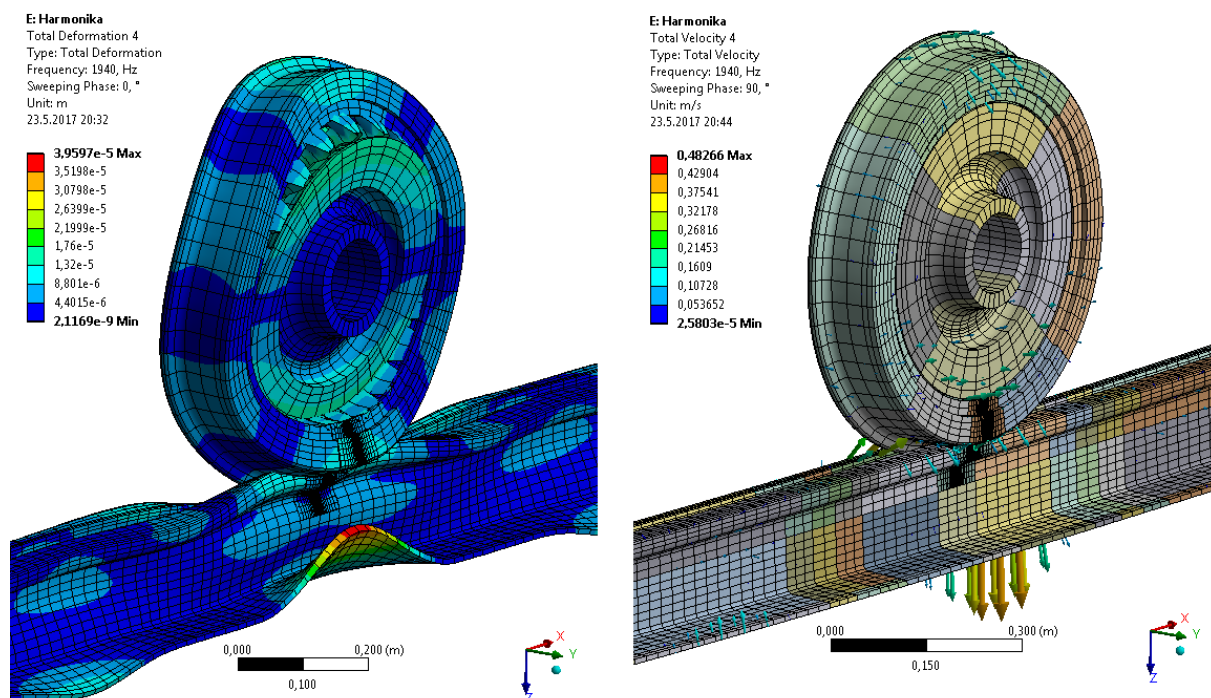
amplitudy rychlosti pro různé sledované body (značené 0° , 15° , 30° a 45°). Na obr. č. 48 jsou dále vyznačeny čtyři vybrané špičky A, B, C a D na frekvencích 350 Hz, 820 Hz, 1940 Hz a 2970 Hz. Pro tyto špičky jsou na obr. č. 49–obr. č. 51 zobrazeny celkové posuvy a vektory rychlostí kmitu.



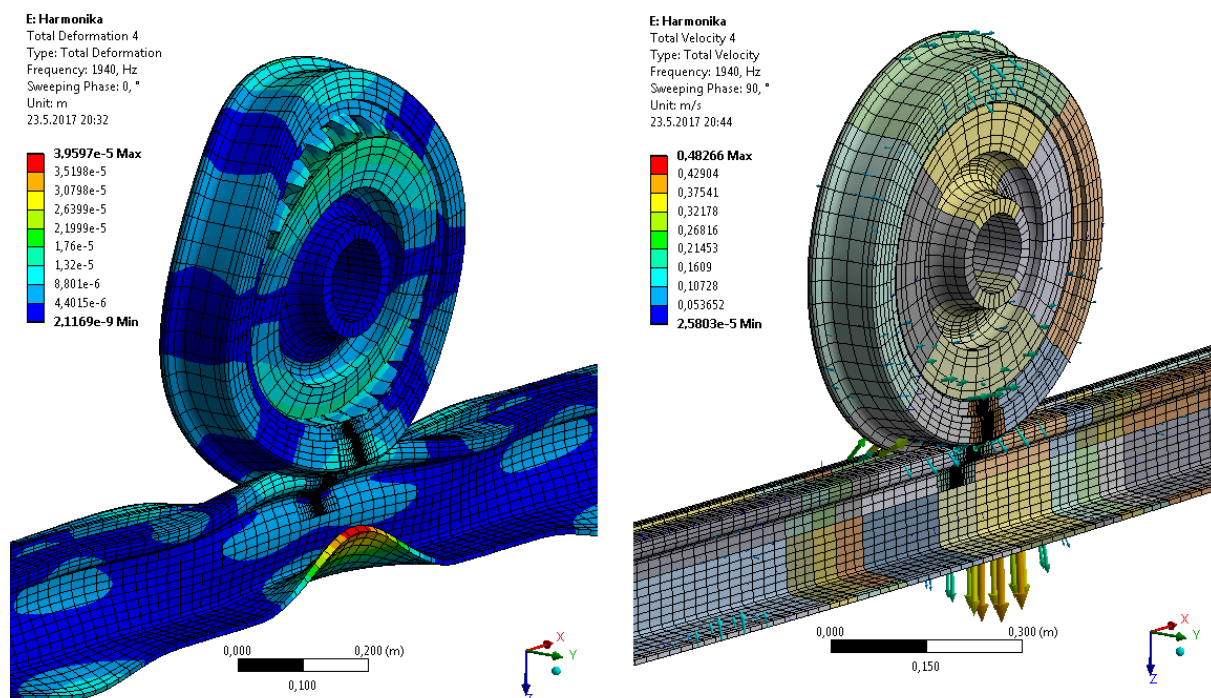
obr. č. 49 – Celkové posuvy a vektory rychlosti pro frekvenci A – 350 Hz.



obr. č. 50 – Celkové posuvy a vektory rychlosti pro frekvenci B – 820 Hz.



obr. č. 52 – Celkové posuvy a vektory rychlosti pro frekvenci C – 1940 Hz.



obr. č. 51 – Celkové posuvy a vektory rychlosti pro frekvenci D – 2970 Hz.

12 AKUSTICKÁ ANALÝZA

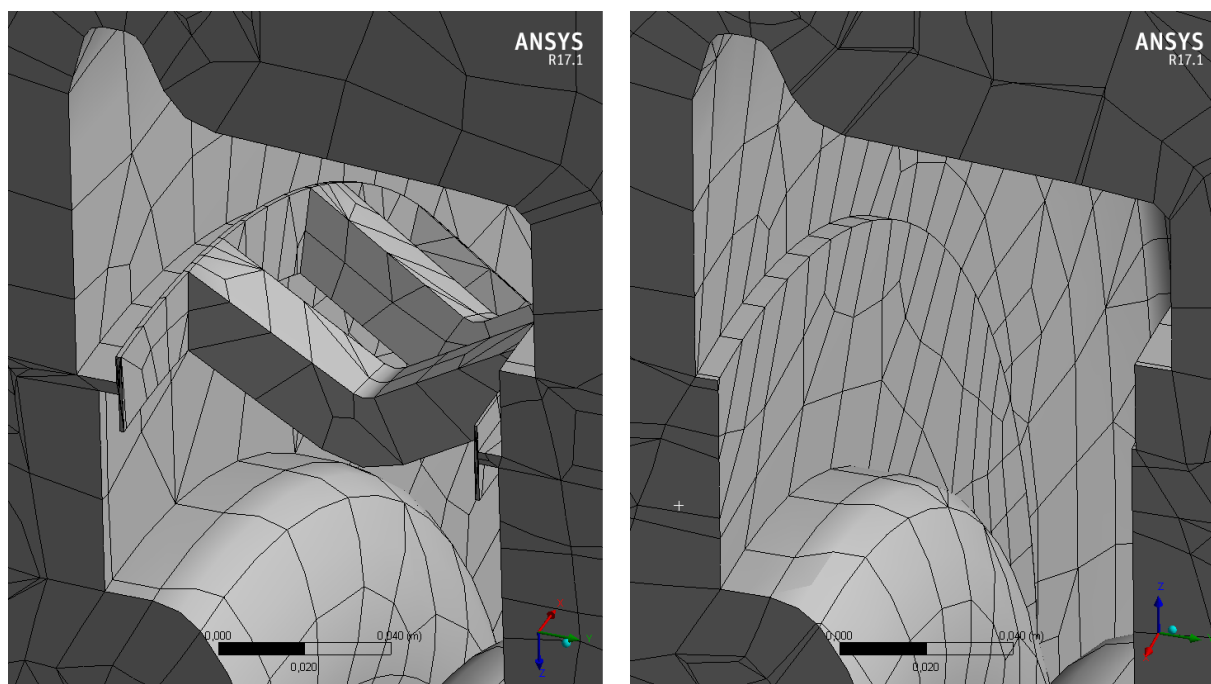
Posledním typem úlohy řešené v této práci je úloha akustická, která podává informace o vzniku zvuku na površích kmitajícího tělesa nebo soustavy těles a jeho šíření do okolí. Zvuk je podélné kmitání částic média, kterým prochází. V řešeném případě to je kmitání částic vzduchu. V úvahu připadá opět řešení v časové nebo frekvenční oblasti. Vzhledem k tomu, že buzení rychlostmi na povrchu kola stanovené v kapitole 11 má harmonický charakter, bylo zvoleno řešení ve frekvenční oblasti prostřednictvím úlohy harmonické.

Při řešení akustické úlohy pomocí MKP je nutné obklopit kmitající tělesa objemovou sítí konečných prvků. Sít', která by obklopila kolo i kolejnici, by obsahovala velmi vysoký počet prvků. Proto se další řešení omezuje na samotné kolo, které je z hlediska množství vyzařovaného hluku považováno za dominantní. V případech, kdy je to nutné, lze zahrnout i zpětnou interakci mezi vzduchem a kmitajícím pevným tělesem, vznikne tak spojená úloha akusticko-strukturní. V předkládané práci je ovšem uvažována pouze jednosměrná interakce.

Geometrie okolního vzduchu je vytvořena ve tvaru koule uvnitř níž je dutina představující objem analyzovaného kola. Na vzniklý vnitřní povrch jsou namapovány rychlosti z předchozí harmonické úlohy. Pro zadání úlohy, výpočet akustických veličin a použití některých speciálních funkcí je vhodný doplněk ACT Acoustics pro ANSYS Wokbench. Bez něj by bylo nutné používat ve velké míře příkazy jazyka APDL. Dalším použitým doplňkem, který pomáhá při tvorbě geometrie, je ACT AdvancedEnclosure. Akustická úloha používá geometrii, materiál, typ prvku a okrajové podmínky odlišné od těch definovaných v kapitole 7, proto jsou níže podrobněji popsány.

12.1 Geometrie a síť konečných prvků

Výchozí geometrie kola, používaná v předchozích analýzách, byla upravena tak, aby neobsahovala vnitřní dutiny kolem pryžových vložek. Tlakové (zvukové) pole v těchto dutinách příliš neovlivňuje řešení a komplikuje tvorbu sítě konečných prvků. Výsledný rozdíl v síti konečných prvků znázorňuje obr. č. 53.



obr. č. 53 – Síť konečných prvků vzduchu včetně dutin v kole (vlevo) a bez nich.

Tvorba geometrie pro síť konečných prvků vzduchu probíhá následovně:

- načte se upravená geometrie kola (bez dutin)
- pomocí doplňku ACT AdvancedEnclosure se vytvoří kolem této geometrie koule
- doplněk ihned tuto kouli rozdělí na několik částí kvůli snadnější tvorbě sítě
- potlačí se nebo vymaže výchozí geometrie kola (a tím vznikne dutina)

Výsledná geometrie je na obr. č. 54 vlevo. V prostřední části je koule s dutinou ve tvaru kola (znázorněna červeně). Kolem této koule je vnější část, která je rozdělena na 6 částí (znázorněny zeleně) tak, aby se dala vytvořit mapovaná síť konečných prvků.

Po vytvoření geometrie byl použit příkaz Acoustic Body, který se v tomto případě vztahuje na všechna objemová tělesa. Zajistí, aby byl místo výchozího prvku SOLID186 použit prvek FLUID220 a nastaví materiálové parametry odpovídající vzduchu, především hustotu a rychlost zvuku.

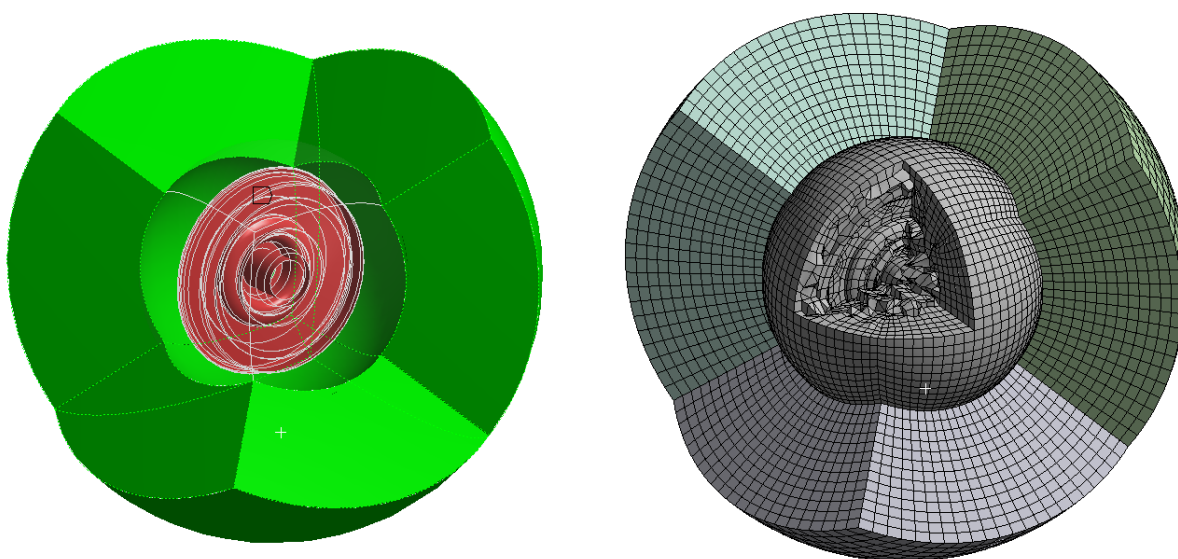
Frekvenční rozsah akustické úlohy je stejný jako předchozí úlohy harmonické (0 – 3000 Hz s krokem 10 Hz). Horní mez tohoto rozsahu úzce souvisí s potřebnou minimální velikostí prvku. Uvádí se, že jedna zvuková vlna by měla být popsána alespoň šesti uzly sítě. Prvek FLUID220 je dvacetiuzlový, tzn. má na každé hraně tři

uzly. Uvedenou podmínku tedy splňují tři prvky na vlnu. Minimální velikost prvku lze pak vyjádřit následovně

$$l_{min} = \frac{\lambda}{3} = \frac{c}{3f_{max}} = \frac{343}{3 \cdot 3000} = 0,0381m = 38,1mm \quad (32)$$

kde λ je vlnová délka, c rychlost zvuku a f_{max} maximální frekvence vlnění. Byla zvolena základní velikost prvku 35 mm, která podmínku (32) splňuje s drobnou rezervou. Výsledná síť obsahuje 72 883 prvků. Souvislost velikosti prvku s maximální frekvencí vlnění vyskytující se v úloze představuje největší omezení MKP v oblasti akustiky. Zvýší-li se požadovaná max. frekvence na dvojnásobek, klesne minimální velikost prvku na polovinu a počet prvků na objemové síti vzroste zhruba na osminásobek, v tomto případě na přibližně 580 000 prvků. Proto se MKP využívá především k výpočtům v nízkofrekvenční oblasti.

Metodu tvorby sítě na střední části s dutinou je vhodné nastavit na Hex Dominant. Tato volba zajistí, že se budou tvořit přednostně šestistěnné prvky, což sníží jejich celkový počet. Výsledná síť je na obr. č. 54 vpravo.



obr. č. 54 – Geometrie (vlevo) a síť konečných prvků akustické úlohy.

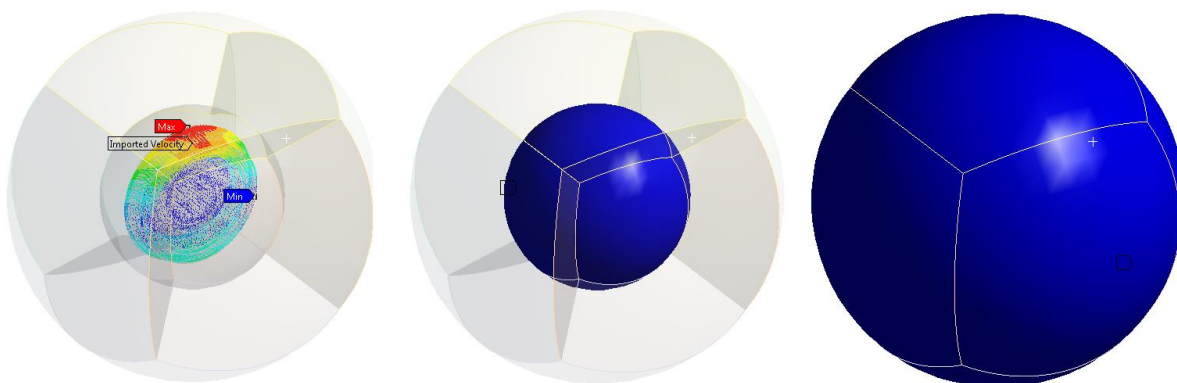
12.2 Okrajové podmínky

Základní okrajovou podmínkou, která plní funkci buzení, je import rychlostí z předcházející harmonické analýzy na povrch dutiny (obr. č. 55 vlevo). Provede se pomocí příkazu Imported Loads – Velocity. Protože síť harmonické a akustické

úlohy se navzájem liší, musí se provést interpolace veličin z jedné sítě na druhou. Import proto trvá nějakou dobu, na počítači autora přibližně 1 h.

Další použitou funkcí je definice tzv. ekvivalentní plochy (funkce Equivalent Source Surface). Ta umožní stanovit některé akustické veličiny i vně sítě konečných prvků výpočtem z akustických veličin na povrchu této plochy. Jako ekvivalentní plocha je zvolena kulová plocha okolo kola (obr. č. 55 uprostřed).

Pokud by nebyla vnější hranice modelu nijak ošetřena, dojde na ní k odrazu vlny zpět ke kolu. Je ale požadováno, aby vlnění volně odcházelo do prostoru. To lze provést použitím tzv. nekonečných prvků (funkce Absorbing Elements). Vnější kulová plocha (obr. č. 55 vpravo) je pak pokryta prvky FLUID130, které zajistí odchod vln do volného prostoru.



obr. č. 55 – Importované rychlosti, ekvivalentní plocha a plocha pro nekonečné elementy.

12.3 Akustické veličiny

Mezi nejdůležitější fyzikální veličiny používané v akustice patří akustický tlak a akustický výkon. Akustický tlak p je definován jako rozdíl mezi okamžitou velikostí tlaku v daném bodě a statickou hodnotou tlaku (barometrickým tlakem). Akustický výkon W je definován jako množství akustické energie prošlé určitou plochou za jednotku času.

Hodnoty akustického tlaku se v praxi pohybují běžně v rozmezí 5 řádů a hodnoty akustického výkonu dokonce v rozmezí 10 řádů. Navíc Weber-Fechnerův zákon říká, že intenzita smyslového vjemu je logaritmicky závislá na intenzitě fyzikálního podnětu. Proto se používají logaritmická měřítka pro akustické veličiny, tzv. decibelové veličiny. Zavádí se tedy hladina akustického tlaku (angl. sound pressure level - SPL)

$$L_p = 10 \log \frac{p^2}{p_0^2} = 20 \log \frac{p}{p_0} \quad (33)$$

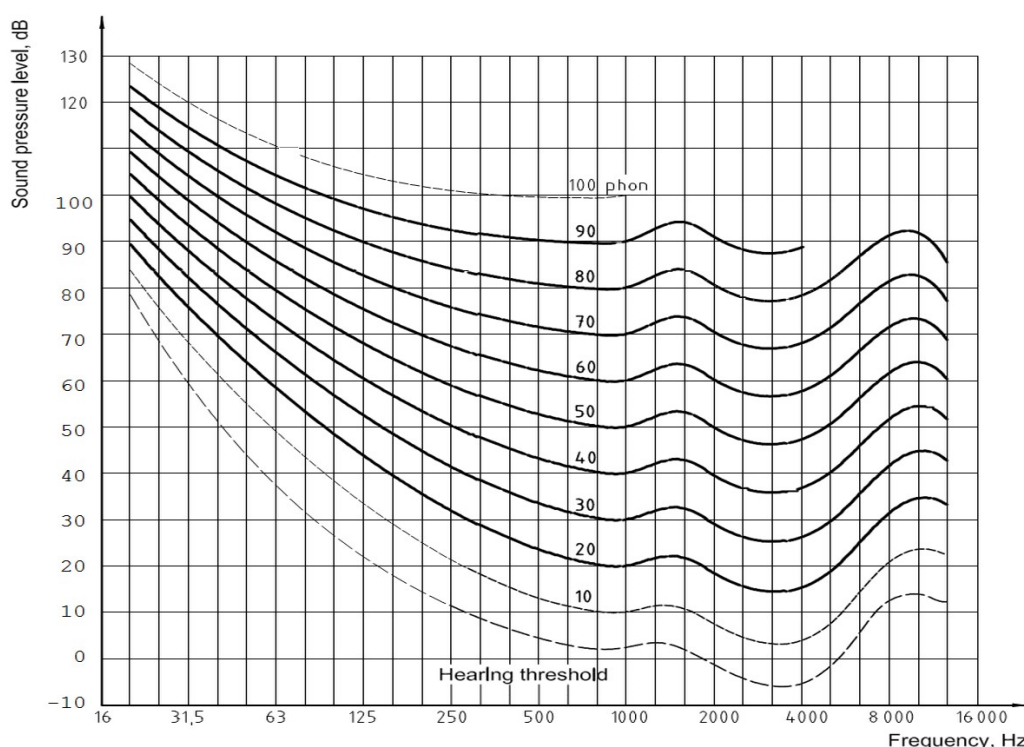
kde p je akustický tlak a $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$ referenční hodnota akustického tlaku. Pro akustický výkon existuje obdobně hladina akustického výkonu (angl. sound power level - SWL)

$$L_W = 10 \log \frac{W}{W_0} \quad (34)$$

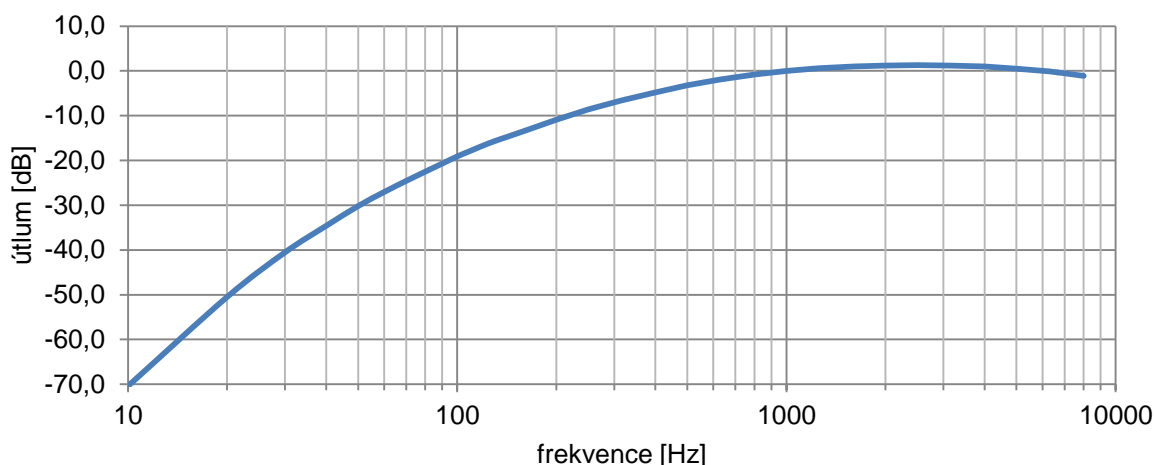
kde W je akustický výkon a $W_0 = 10^{-12} \text{ W}$ referenční hodnota akustického výkonu.

Subjektivní vnímání lidského sluchu není závislé pouze na intenzitě zvuku, ale i na jeho frekvenci. V nižších frekvencích je lidský sluch méně citlivý, nejcitlivější je pak přibližně v rozsahu 3500 – 4000 Hz. To zohledňují takzvané křivky stejné hlasitosti (obr. č. 56).

Z inverze křivek stejné hlasitosti vychází použití váhových filtrů. Ty korigují hodnoty veličiny $L_p(L_W)$ na veličinu $L_A(L_{WA})$ tak, aby stejným hodnotám $L_A(L_{WA})$ na různých frekvencích odpovídal stejně intenzivní subjektivní sluchový vjem. Nejpoužívanějším filtrem je tzv. A-filter, který je založen na inverzi křivky stejné hlasitosti pro 40 fónů (obr. č. 57).



obr. č. 56 – Křivky stejné hlasitosti. [37]



obr. č. 57 – Průběh váhového filtru A pro hladinu akustického tlaku.

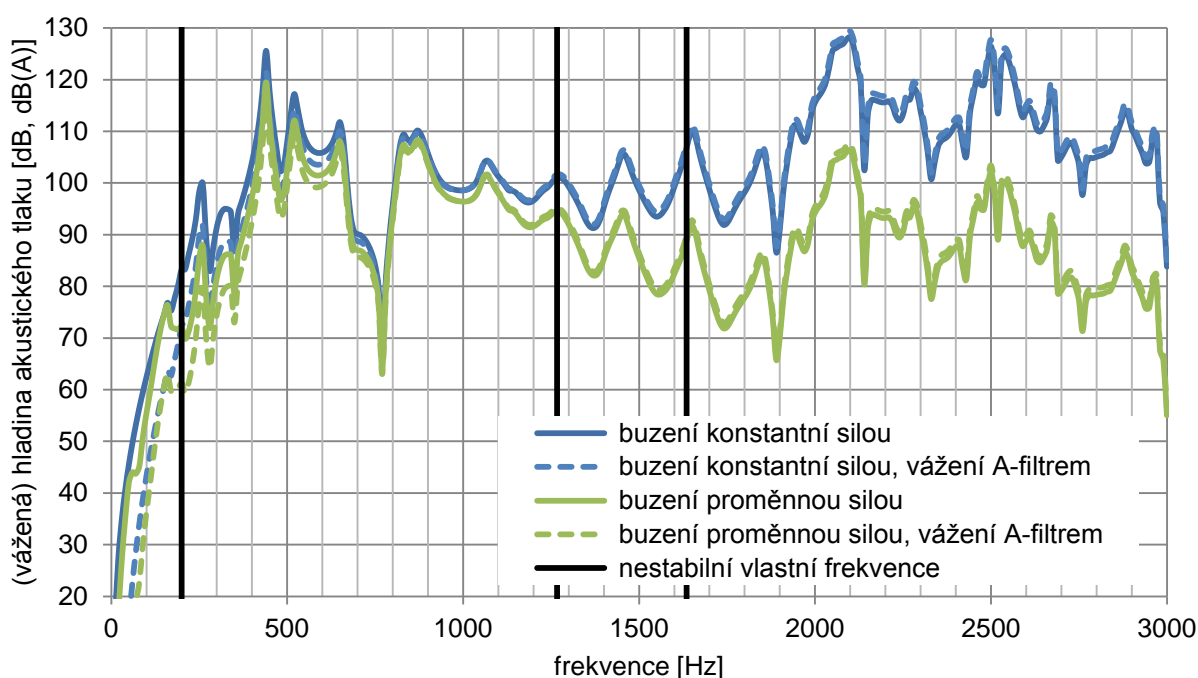
12.4 Výsledky

V harmonické analýze byl vyšetřován frekvenční průběh amplitudy rychlosti v určitém bodě. Vyzařovaný hluk se v technické praxi nejčastěji popisuje pomocí decibelových veličin popsanych v předchozí kapitole – hladiny akustického tlaku a hladiny akustického výkonu. Nyní tedy bude předmětem zájmu frekvenční průběh těchto veličin ve sledovaném bodě.

Pokud je sledovaným bodem uzel sítě, slouží k tomu funkce Acoustic Time_Frequency Plot. Protože byla definována tzv. ekvivalentní plocha, je možné sledovat frekvenční průběhy i mimo síť, a to pomocí funkce Acoustic Far Field. Poloha bodu, který se nachází mimo síť, se popisuje s výhodou pomocí sférických souřadnic.

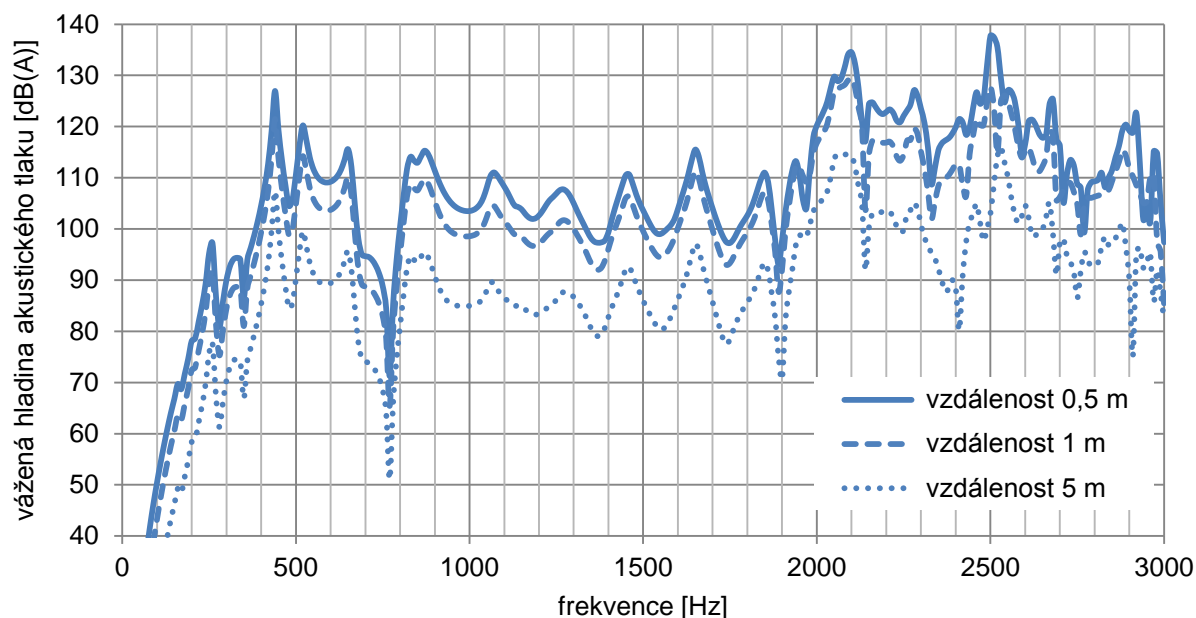
Z hlediska hluku vyzařovaného tramvají do okolí je nejvýznamnější vnější plocha kola. Proto byly jako základní sledované body zvoleny ty, které leží před touto plochou na ose rotační symetrie kola.

Na obr. č. 58 je závislost hladiny akustického tlaku na frekvenci pro bod ve vzdálenosti 1 m od kola. Rozdíl mezi buzením konstantní a proměnnou silou je obdobný jako v harmonické analýze. Pokles dosahovaných rychlostí kmitání tedy způsobí i snížení vyzařovaného hluku. V grafu je dále patrný vliv vážení A-filtrem. Ten je významný především v nižších frekvencích (přibližně do 650 Hz). Dále je zobrazena poloha nestabilních vlastních frekvencí. U frekvencí 1267 Hz a 1635 Hz jsou patrné lokální špičky ve vyzařovaném hluku.



obr. č. 58 – Závislost hladiny akustického tlaku na frekvenci pro bod 1 m od kola

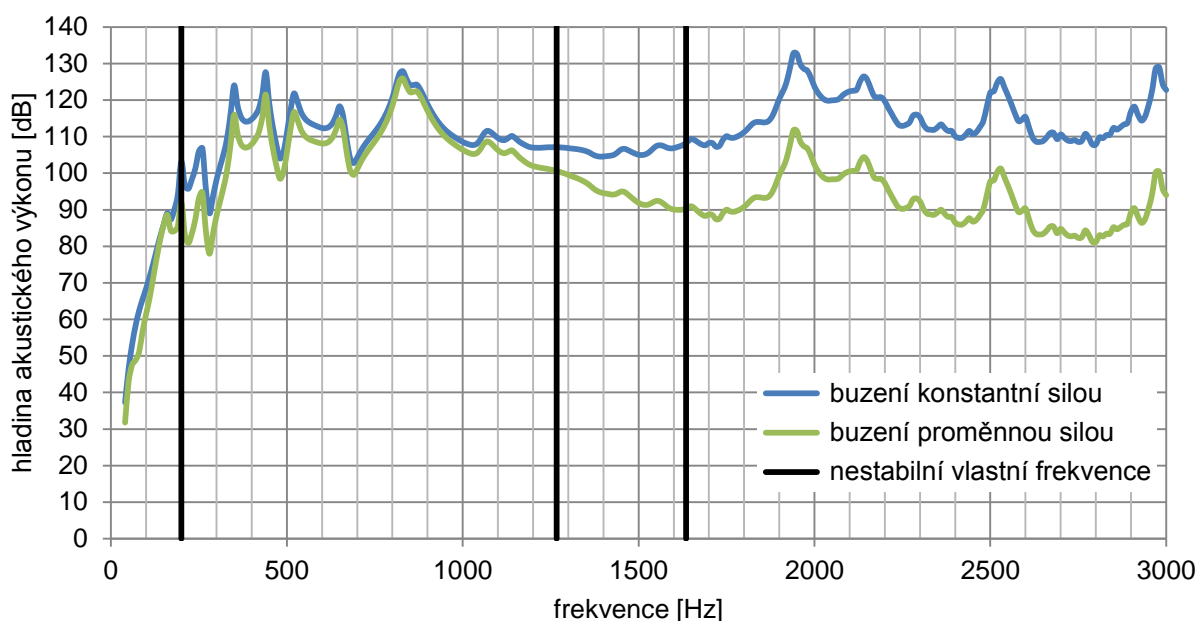
Plošný pokles hodnot hladiny akustického tlaku v závislosti na vzdálenosti od kola znázorňuje obr. č. 59. Je použito buzení konstantní silou a vážení A-filtrem.



obr. č. 59 – Závislosti hladin akustického tlaku na frekvenci pro bod 0,5 m, 1 m a 5 m od kola

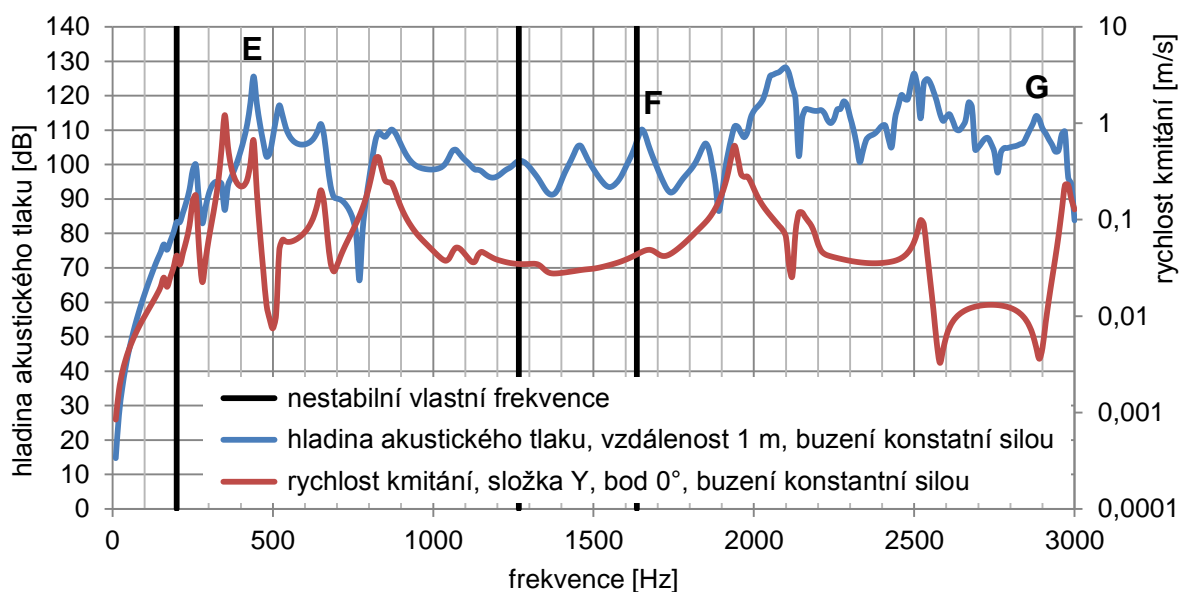
Důležitým výsledkem je také závislost hladiny akustického výkonu na frekvenci (obr. č. 60). Podává informaci o celkové vyzářené energii do prostoru za jednotku času při dané frekvenci. Na rozdíl od hladiny akustického tlaku tedy nemá

lokální charakter. V místech nestabilních vlastních frekvencí nejsou patrné žádné špičky.



obr. č. 60 – Závislost hladiny akustického výkonu na frekvenci pro bod 1 m od kola

Zajímavé je vzájemné porovnání výsledků z předepjaté modální, harmonické a akustické analýzy (obr. č. 61). Předpokládalo se, že v místech nestabilních vlastních frekvencí budou jak špičky rychlostí kmitání, tak vyzařovaného hluku. Situace ale není tak jednoznačná.



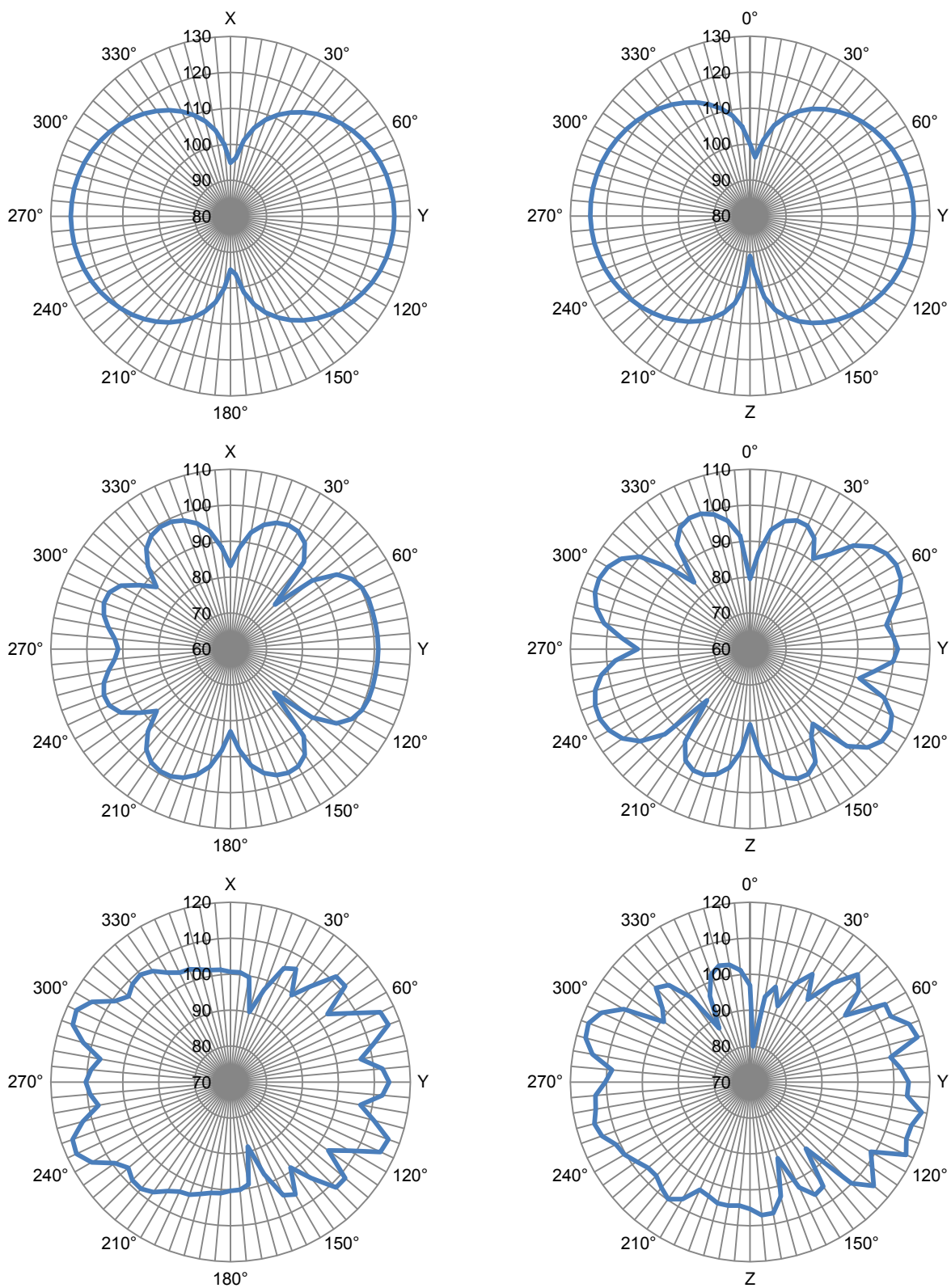
obr. č. 61 – Porovnání nestabilních frekvencí, rychlosti kmitání a hladiny akustického tlaku.

Na obr. č. 61 jsou vyznačeny tři vybrané špičky E, F a G o frekvencích 440 Hz, 1270 Hz a 2080 Hz, z nichž prostřední odpovídá třetí nestabilní frekvenci kmitání. Toto značení bude použito v dalším textu.

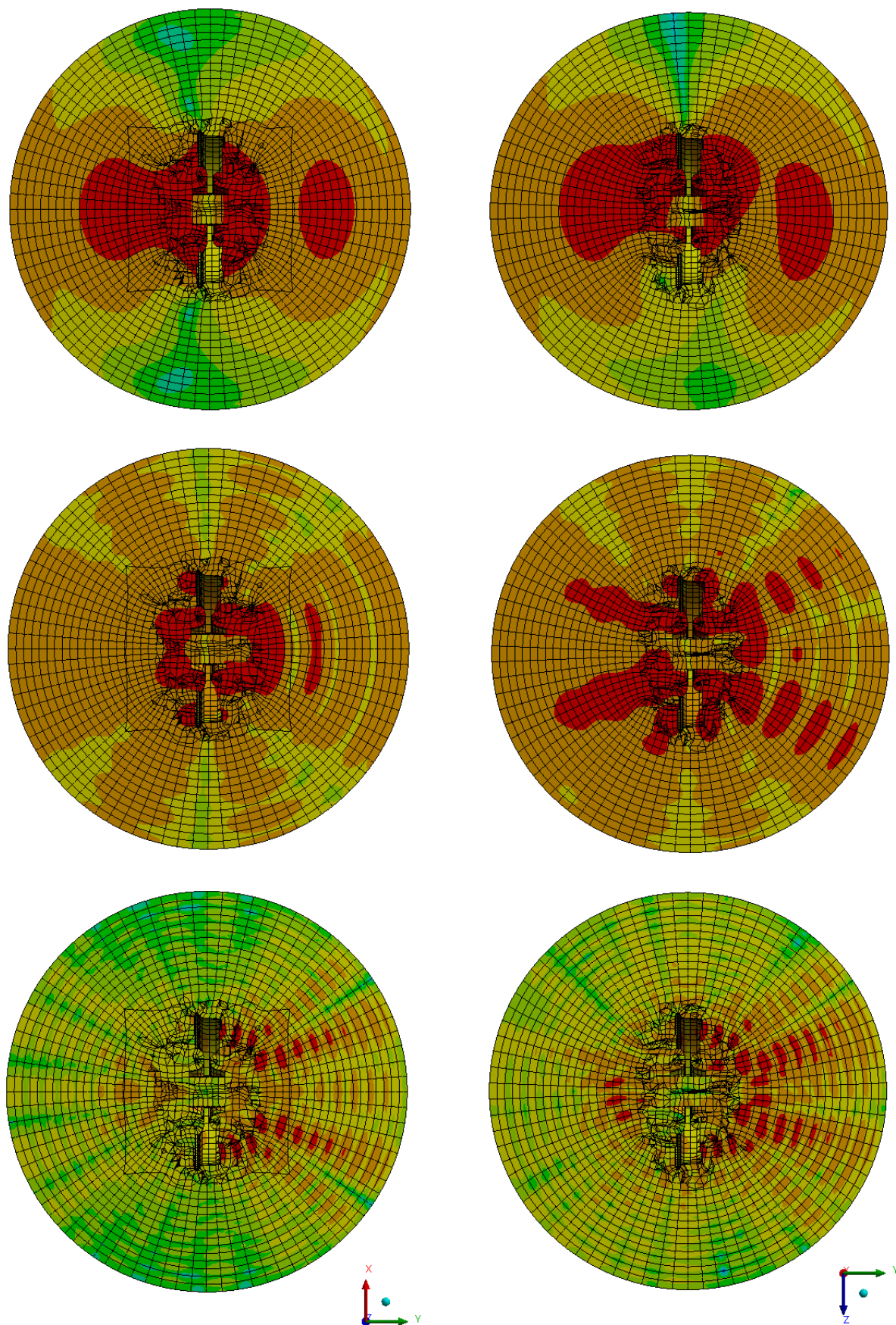
Představu o šíření zvukových vln prostorem poskytne tzv. směrový (vyzařovací) diagram, který může být buďto prostorový nebo rovinný. Častěji užívaný je rovinný, který vznikne určením hodnot sledované veličiny v bodech ležících na pomyslné kružnici v určené rovině. Tato kružnice má střed ve zdroji vyzařování a poloměr, která odpovídá požadované vzdálenosti analyzovaných bodů od zdroje vyzařování. Výsledek se pak vykreslí do grafu v polárních souřadnicích.

Směrové diagramy pro vyzařování kolem tramvajového kola byly vytvořeny pro tři frekvence, odpovídající špičkám E, F a G, a dvě roviny – horizontální (rovina XY) a vertikální (rovina YZ). Vzdálenost bodů od středu kola je 1 m a vyšetřovanou veličinou je hladina akustického tlaku udáváná v dB. Tyto diagramy jsou na obr. č. 62. Pro nižší frekvence je vyzařovací charakteristika podobná dipólu, vyzařování je nejintenzivnější ve směru osy kola, kolmo na ni je pak výrazně slabší. Se zvyšováním frekvence se více a více uplatňuje všesměrový charakter, nicméně vyzařování ve směru osy kola zůstává dominantní.

Na obr. č. 63 je grafické zobrazení hodnot hladiny akustického tlaku v řezech sítí konečných prvků horizontální (XY) a vertikální (YZ) rovinou. Je na nich zřejmé šíření akustického pole prostorem. Podobně jako na směrových diagramech je vidět, že s rostoucí frekvencí se více uplatňuje všesměrovost vyzařování. Tyto řezy akustickým polem navíc dokumentují klesající vlnovou délku akustických vln s rostoucí frekvencí.



obr. č. 62 – Směrové diagramy, horizontální (vlevo) a vertikální,
zhora frekvence E – 440 Hz, F – 1270 Hz a G – 2880 Hz.



obr. č. 63 – Hladina akustického tlaku, horizontální (vlevo) a vertikální řez sítí konečných prvků, zhora frekvence E – 440 Hz, F – 1270 Hz a G – 2880 Hz.

12.5 Vliv vybraných parametrů na vyzařovaný hluk

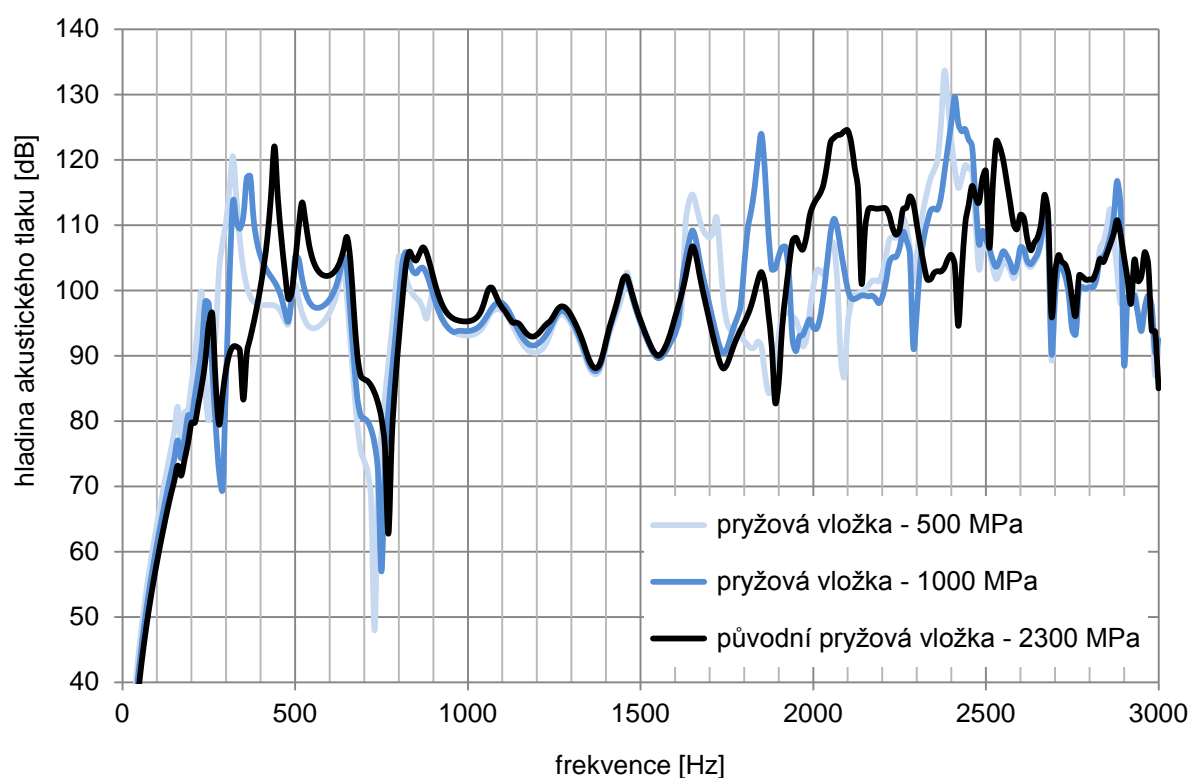
V předchozím textu byla zmíněna celá řada parametrů, které mají vliv na vznik kmitání kola (kolejnice) a tím i na vyzařovaný hluk. Nicméně výpočtové modelování použité v druhé části této práce neumožňuje změnu mnoha parametrů, které mají na množství vyzařovaného hluku vliv. Největší vliv na výsledky má frekvenční průběh budící síly, který je ale do harmonické analýzy zadáván externě.

Výpočet trojice úloh statická-harmonická-akustická trvá na počítači autora kolem 30 h. Z tohoto důvodu je vyloučeno provedení komplexnější parametrické analýzy. Byly zvoleny 3 druhy úprav, u kterých bude vyhodnocen jejich vliv na vyzařovaný hluk:

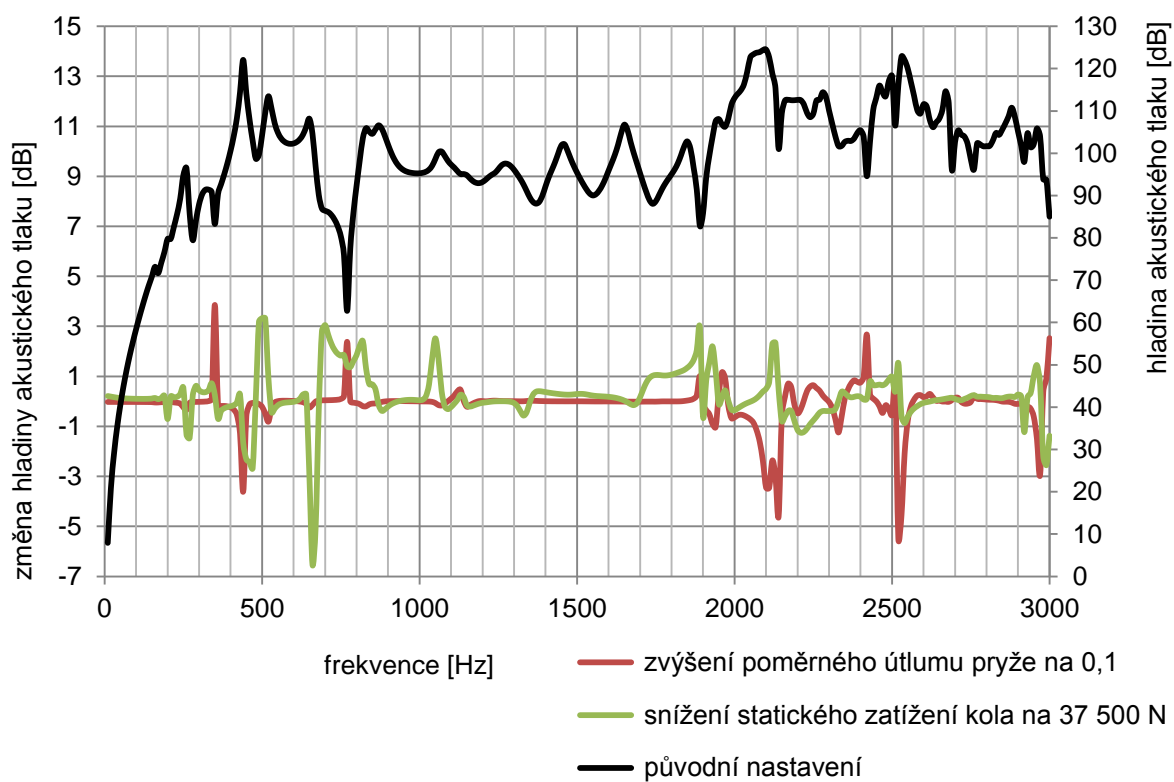
- snížení modulu pružnosti pryžových vložek z původních 2300 MPa na 1000 MPa a 500 MPa
- zvýšení poměrného útlumu pryžových vložek z původních 0,05 na 0,1
- snížení statického zatížení kola z původních 50 000 N na 37 500 N, což odpovídá prázdné tramvaji

Na obr. č. je závislost hladiny akustického tlaku (obr. č. 66 – výkonu) na frekvenci pro tři moduly pružnosti pryžových vložek – 500 MPa, 1000 MPa a původních 2300 MPa. Snížení modulu pružnosti způsobí na některých frekvencích nárůst vyzařovaného hluku, na jiných jeho pokles. Na některých intervalech frekvencí je patrný posun křivky směrem k nižším frekvencím. To je patrně způsobeno snížením vlastních frekvencí kola v důsledku jeho větší poddajnosti (vlivem snížení modulu pružnosti pryžových vložek).

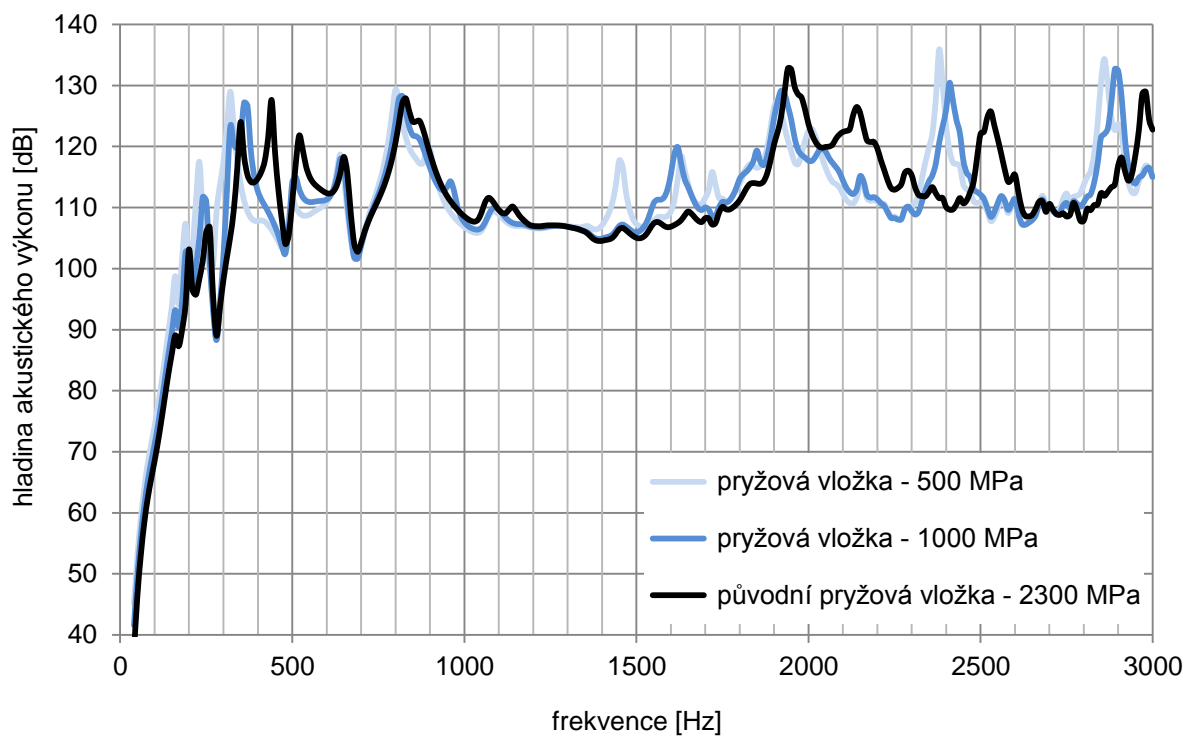
V případě zvýšení poměrného útlumu pryžových vložek nebo snížení statického zatížení kola byl dosažený rozdíl ve vyzařovaném hluku tak malý (do 8 dB), že v grafu podobném tomu na obr. č. by zanikl. Proto není na obr. č. zobrazena absolutní hodnota hladin akustického tlaku (obr. č. 67 - výkonu), nýbrž rozdíl oproti hodnotám původním. Kvůli lepšímu přehledu o tom, na jakých frekvencích dochází ke změnám, je v grafu i původní závislost hladin akustického tlaku (výkonu) na frekvenci. Její hodnoty jsou vyneseny vzhledem k vedlejší (pravé) souřadnicové ose. Vliv obou parametrů na vyzařovaný hluk je nepříliš výrazný, ještě menší než při změně modulu pružnosti pryžových vložek.



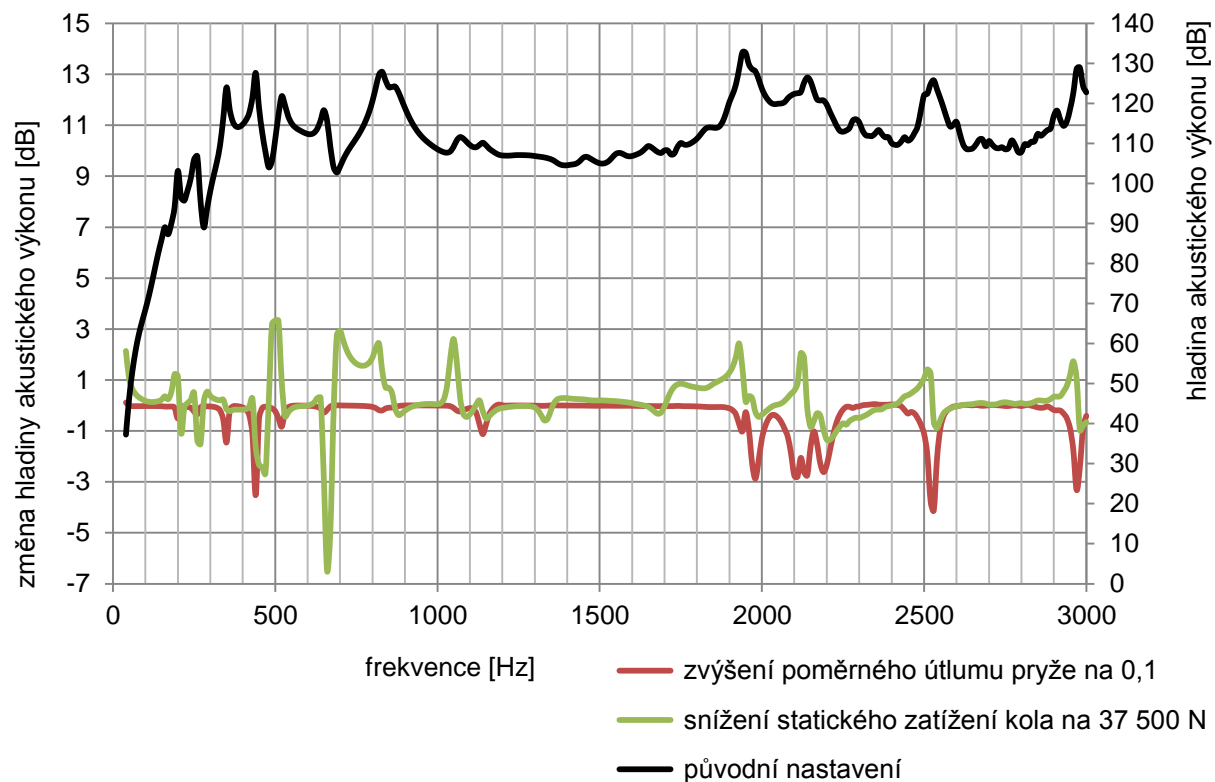
obr. č. 64 – Vliv modulu pružnosti pryžové vložky kola na vyzařovaný hluk.



obr. č. 65 – Vliv dalších parametrů na vyzařovaný hluk.



obr. č. 66 – Vliv modulu pružnosti pryžové vložky kola na vyzařovaný hluk.



obr. č. 67 – Vliv dalších parametrů na vyzařovaný hluk.

13 ZÁVĚR

Předkládaná práce byla věnována fenoménu pískání kol kolejových vozidel při průjezdu oblouky o malém poloměru.

V teoretické části práce byly popsány dva hlavní mechanismy, které jsou považovány za příčinu vzniku pískání kol. Prvním z nich je přítomnost příčného prokluzu mezi pojížděnou plochou kola a kolejnice v důsledku nevhodného postavení podvozku kolejového vozidla při průjezdu obloukem. Druhým pak jev prokluz-ulpění, známý spíše pod anglickým názvem slip-stick. Současné působení těchto dvou mechanismů vede k nestabilnímu samobuzenému ohybovému kmitání kola, které vyzařuje nepříjemný hluk do okolí.

V další části práce byly popsány přístupy k výpočtovému modelování řešeného problému. Bylo uvedeno několik příkladů odborných článků, které se tomuto tématu věnují. Jejich autoři řeší problém pomocí analytických i numerických metod v časové či frekvenční oblasti. Jako parametry, které mají největší vliv na vznik kmitání kola uvádí velikost příčného prokluzu, třecí poměry v kontaktu, modální vlastnosti kola i kolejnice a dynamické chování tratě a vozidla.

Zadání práce předpokládalo numerické řešení ve frekvenční oblasti pomocí metody konečných prvků. Práce byla realizována ve spolupráci s firmou MECAS ESI. Výchozí geometrický model zahrnoval dělené tramvajové kolo (jehož geometrie byla dodána firmou MECAS ESI) a kolejnici Ri60, které byly ve vzájemném kontaktu. Byly sestaveny dva nezávislé výpočetní modely.

První z nich je založen na předepjaté modální úloze, ve které je vynucen prokluz v kontaktu mezi kolem a kolejnicí. To má za následek vznik nesymetrické matice tuhosti. Řešením takové úlohy pak jsou vlastní frekvence ve tvaru komplexních čísel. Pokud je reálná část tohoto čísla kladná, nazývá se daná frekvence nestabilní a je předpoklad, že právě na této frekvenci bude kolo samobuzeně kmitat. Opakovaným řešením této úlohy bylo zjištěno, že je mimořádně citlivá na vstupní parametry. Malá změna součinitele tření v kontaktu, materiálových parametrů, okrajových podmínek ale i samotné sítě konečných prvků měla velký vliv na výsledky. Proto byly vybrány tři varianty geometrie a okrajových podmínek, pro které byly stanoveny nestabilní vlastní frekvence a tvary. Nebyl přitom uvažován

pouze příčný prokluz, ale i podélný a kombinace obou. Jako destabilizující prvek byl identifikován příčný prokluz.

Druhý z modelů je založen na odezvě soustavy kola s kolejnici na harmonickou budící sílu (harmonické úloze). Na rozdíl od předepjaté modální analýzy poskytuje informace o absolutních hodnotách výchylek, rychlostí a zrychlení řešené soustavy. Největším omezením harmonické úlohy je obtížnost buzení soustavy přímo prokluzem v kontaktu mezi kolem a kolejnici. Je nutné zavést do kontaktu budící sílu, jejíž frekvenční průběh musí být získán externě. Protože frekvenční průběh budící síly byl neznámý, byl implementován zjednodušený analytický model, řešený v časové oblasti, který daný průběh poskytuje. Tento model se ale ukázal pro řešený problém jako příliš jednoduchý a nepopisoval dobře modální vlastnosti kola (neuvažuje totiž přítomnost pryžových vložek mezi obručí a středem kola). Pro další řešení byla zvolena jedna z variant geometrie a okrajových podmínek buzená ve směru příčného skluzu. Byla uvažována konstantní a proměnná závislost budící síly na frekvenci. Proměnná závislost byla založena zčásti na analytickém modelu a zčásti na naměřených datech dodaných společností MECAS ESI. Odezvy na tyto průběhy se v souladu s očekáváním liší a lze konstatovat, že frekvenční závislost budící síly má zásadní vliv na výsledky.

Poslední část práce byla věnována výpočtu hluku vyzařovaného samotným kolem (bez uvažování kolejnice). Byla vytvořena síť konečných prvků ve tvaru koule představující okolní vzduch. Na povrchu této koule byly použity nekonečné elementy zajišťující odchod akustických vln do volného prostoru. Ve středu této koule byla dutina představující objem kola. Na vzniklý vnitřní povrch byly namapovány vektory rychlosti na povrchu kola stanovené v předchozí harmonické úloze. Ve sledovaných bodech kolem kola byly vyhodnoceny hodnoty akustických veličin – hladiny akustického tlaku a hladiny akustického výkonu – v závislosti na frekvenci. Na hodnotách nestabilních vlastních frekvencí dosahovala hladina akustického tlaku pouze lokálních špiček, v případě hladiny akustického výkonu zde žádné výraznější špičky nebyly. Pro doplnění výsledků byly pro vybrané frekvence vytvořeny tzv. směrové diagramy, které podávají základní informaci o šíření akustického pole prostorem. Nakonec byl vyhodnocen vliv několika parametrů na vyzařovaný hluk.

Například se ukázalo, že změna materiálových vlastností pryžových vložek (modulu pružnosti a poměrného útlumu) na vyzařovaný hluk nemá významný vliv.

Oba modely popisované v práci mají svá omezení, avšak při splnění určitých podmínek mohou poskytovat věrohodné výsledky. Model založený na předepjaté modální analýze vyžaduje pro svou přesnost zejména precizní zadání okrajových podmínek co nejvíce odpovídajících realitě. Pro model založený na harmonické analýze je naproti tomu zásadní zadaný frekvenční průběh budící síly. Tento průběh by měl být stanoven experimentálně, případně použitím složitějšího modelu řešeném v časové oblasti, který lépe popíše modální vlastnosti kola.

Důležité jsou také zadané materiálové vlastnosti. Zejména modul pružnosti pryžových vložek je nutné stanovit pro jejich provozní – předepjatý stav, a to proto, aby se jejich hyperelastické chování mohlo s dostatečnou přesností popsat lineárně elastickým materiálovým modelem.

Oba modely by pak bylo vhodné podložit měřením modálních vlastností kola, druhý model i měřením vyzařovaného hluku.

14 NÁMĚTY K POKRAČOVÁNÍ V PRÁCI

Ve vlastním textu i v závěru byla zmíněna celá řada zjednodušení, omezení a předpokladů použitých při modelování problému řešeného v této práci. Další postup by měl zahrnovat zhodnocení oprávněnosti použití těchto zjednodušení a předpokladů, případné doplnění a rozšíření výpočtových modelů a jejich podložení experimentálními daty. Konkrétně navrhuji se při další práci na popsanych modelech zaměřit na následující body:

- uvažovat poddajné uložení kolejnic a provést analýzu vlivu tuhosti uložení kolejnic na výskyt nestabilních vlastních tvarů
- zvážit rozšíření geometrie na celé dvoukolí – umožní použít okrajové podmínky lépe odpovídající realitě a modelovat i torzní kmitání soukolí způsobené podélným prokluzem
- získat reálný frekvenční průběh kontaktní síly stanovený experimentálně pro zadání buzení v harmonické analýze
- ověřit materiálové vlastnosti pryžových vložek

POUŽITÉ ZDROJE

- [1] ZIENKIEWICZ, O.C. a R.L. TAYLOR. The Finite Element Method. Oxford: Butterworth-Heineman, 2011. ISBN 1856176304.
- [2] THOMPSON, D.J. a C.J.C. JONES. A review of the modelling of wheel/rail noise generation. *Journal of Sound and Vibration*. 2000, roč. 231, č. 3, s. 519-536. ISSN 0022460X.
- [3] HECKL, M. A. a I.D. ABRAHAMS. Curve Squeal of Train Wheels, Part 1: Mathematical Model for Its Generation. *Journal of Sound and Vibration*. 2000, roč. 229, č. 3, s. 669-693. ISSN 0022460X.
- [4] HLAVÁČEK, J. Technické specifikace pro interoperabilitu subsystému „Hluk“. *Vědeckotechnický sborník Českých drah* [online]. 2004, 18, [cit. 2017-04-25]. Dostupné z: https://vts.cd.cz/documents/51448/51685/18_komplet.pdf. ISSN 1214-9047.
- [5] HEMSWORTH, B. Environmental Noise Directive Development of Action Plans for Railways [online]. 2008, , 30 [cit. 2017-04-25]. Dostupné z: http://www.uic.org/IMG/pdf/action_planning_paper_final-2.pdf
- [6] Bezpečnost proti vykolejení. *Wikipedia* [online]. [cit. 2017-04-27]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Bezpe%C4%8Dnost_proti_vykolejen%C3%AD
- [7] CHEN, G. X., J. B. XIAO, Q. Y. LIU a Z. R. ZHOU. Complex Eigenvalue Analysis of Railway Curve Squeal. *Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation Systems* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008, s. 433 [cit. 2017-05-02]. DOI: 10.1007/978-3-540-74893-9_61. ISBN 978-3-540-74892-2. Dostupné z: http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-74893-9_61
- [8] BRUNEL, J.F., P. DUFRÉNOY, M. NAÏT, J.L. MUÑOZ a F. DEMILLY. Transient models for curve squeal noise. *Journal of Sound and Vibration* [online]. Elsevier, 2006, 293(3), 758-765 [cit. 2017-05-02]. DOI: 10.1016/j.jsv.2005.12.003. ISSN 0022-460X.
- [9] PIERINGER, A. A numerical investigation of curve squeal in the case of constant wheel/rail friction. *Journal of Sound and Vibration* [online]. Elsevier, 2014, 333(18), 4295-4313 [cit. 2017-05-02]. DOI: 10.1016/j.jsv.2014.04.024. ISSN 0022-460X.
- [10] GLOCKER, Ch., E. CATALDI-SPINOLA a R.I. LEINE. Curve squealing of trains: Measurement, modelling and simulation. *Journal of Sound and Vibration* [online]. Elsevier, 2009, 324(1), 365-386 [cit. 2017-05-02]. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.01.048. ISSN 0022-460X.

- [11] HSU, S S, Z HUANG, S D IWNICKI, D J THOMPSON, C J C JONES, G XIE a P D ALLEN. Experimental and theoretical investigation of railway wheel squeal. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit* [online]. SAGE Publications, 7011, 221(1), 59-73 [cit. 2017-05-03]. DOI: 10.1243/0954409JRRT85. ISSN 0954-4097.
- [12] DE BEER, F.G., M.H.A. JANSSENS a P.P. KOOIJMAN. Squeal noise of rail-bound vehicles influenced by lateral contact position. *Journal of Sound and Vibration* [online]. Elsevier, 2003, 267(3), 497-507 [cit. 2017-05-03]. DOI: 10.1016/S0022-460X(03)00710-7. ISSN 0022-460X.
- [13] BAILLET, L., S. D'ERRICO a B. LAULAGNET. Understanding the occurrence of squealing noise using the temporal finite element method. *Journal of Sound and Vibration* [online]. Elsevier, 2006, 292(3), 443-460 [cit. 2017-05-03]. DOI: 10.1016/j.jsv.2005.08.001. ISSN 0022-460X.
- [14] JIN, X., Z. WEN, K. WANG a X. XIAO. Effect of passenger car curving on rail corrugation at a curved track. *Wear* [online]. Elsevier B.V, 2006, 260(6), 619-633 [cit. 2017-05-03]. DOI: 10.1016/j.wear.2005.03.016. ISSN 0043-1648.
- [15] NIELSEN, J.B. A nonlinear wear model, ASME, *Rail Transportation*, RTD-13 (1997) 7–20.
- [16] JANDORA, R. *Výpočtové modelování dynamických projevů v kontaktu kola a kolejnice s obecnou geometrií kontaktních povrchů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 154 s. Vedoucí prof. Ing. Přemysl Janíček, DrSc.
- [17] THOMPSON, D.J. Railway noise and vibration: The use of appropriate models to solve practical problems. In: *21st International Congress On Sound And Vibration* [online]. 2014 [cit. 2017-05-03].
- [18] RUDD, M.J. Wheel/rail noise—Part II: Wheel squeal. In: *Journal of Sound and Vibration*. 1976, 46(3), s. 381-394. DOI: 10.1016/0022-460X(76)90862-2. ISSN 0022460x. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022460X76908622>
- [19] FINGBERG, U. A model of wheel-rail squealing noise. In: *Journal of Sound and Vibration*. 1990, 143(3), s. 365-377. DOI: 10.1016/0022-460X(90)90729-J. ISSN 0022460x. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022460X9090729J>
- [20] PÉRIARD, F. J. *Wheel-rail noise generation: curve squealing by trams*. [S.l.: s.n.], 1998. ISBN 9090119647.

- [21] THOMPSON, David. *Railway Noise and Vibration: Mechanisms, Modelling and Means of Control*. Elsevier Science, 2009. ISBN 0080451470.
- [22] BURIAN, J. *Výpočtové modelování komplexních vlastních frekvencí tramvajového kola při průjezdu zatáčkou*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 73 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Pavel Švancara Ph.D.
- [23] SŽDC, s.o. *Služební rukověť: Výkresy materiálu pro železniční svršek: KOLEJ* [online]. 2003 [cit. 2017-05-07]. Dostupné z: <http://public.rfx.cz/Lienert/SR103-3.pdf>
- [24] *ANSYS Documentation: 3.8 Comparing Mode-Extraction Methods* [online]. [cit. 2017-05-08]. Dostupné z: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_str/Hlp_G_STR3_15.html
- [25] *ANSYS Documentation: MATRIX27* [online]. [cit. 2017-05-09]. Dostupné z: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/ans_elem/Hlp_E_MATRIX27.html
- [26] Bessel function. *Wikipedia* [online]. [cit. 2017-05-10]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Bessel_function
- [27] *ANSYS Documentation: CMROTATE* [online]. [cit. 2017-05-11]. Dostupné z: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_cmd/Hlp_C_CMROTATE.html
- [28] *ANSYS Documentation: Harmonic Response Analysis* [online]. [cit. 2017-05-11]. Dostupné z: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/wb_sim/ds_harmonic_analysis_type.html
- [29] LIU, P., H. ZHENG, C. CAI, Y.Y. WANG, C. LU, K.H. ANG a G.R. LIU. Analysis of disc brake squeal using the complex eigenvalue method. *Applied Acoustics* [online]. Elsevier, 2007, 68(6), 603-615 [cit. 2017-05-13]. DOI: 10.1016/j.apacoust.2006.03.012. ISSN 0003-682X.
- [30] AHMED, I., E. ALLAM, M. KHALIL a S. ABOUEL-SEOUD. Automotive drum brake squeal analysis using complex eigenvalue methods. *International Journal of Modern Engineering Research* [online]. 2012, 2(1), 179-199 [cit. 2017-05-13]. ISSN 2249-6645.
- [31] ABUBAKAR, Abd Rahim a Huajiang OUYANG. Complex eigenvalue analysis and dynamic transient analysis in predicting disc brake squeal. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration* [online]. 2006, 2(2), 143- [cit. 2017-05-13]. DOI: 10.1504/IJNVN.2006.011051. ISSN 1479-1471. Dostupné z: <http://www.inderscience.com/link.php?id=11051>

- [32] KINKAID, N.M., O.M. O'REILLY a P. PAPADOPULOS. Automotive disc brake squeal. *Journal of Sound and Vibration* [online]. Elsevier, 2003, 267(1), 105-166 [cit. 2017-05-13]. DOI: 10.1016/S0022-460X(02)01573-0. ISSN 0022-460X.
- [33] OUYANG, H., W. NACK, Y. YUAN a F. CHEN. Numerical analysis of automotive disc brake squeal: a review. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration* [online]. 2005, 1(3/4), 207- [cit. 2017-05-13]. DOI: 10.1504/IJNVN.2005.007524. ISSN 1479-1471. Dostupné z: <http://www.inderscience.com/link.php?id=7524>
- [34] OBERST, S. a J.C.S. LAI. Chaos in brake squeal noise. *Journal of Sound and Vibration* [online]. Elsevier, 2011, 330(5), 955-975 [cit. 2017-05-13]. DOI: 10.1016/j.jsv.2010.09.009. ISSN 0022-460X.
- [35] HLAVÁČEK, J. *Vědeckotechnický sborník Českých drah: Technické specifikace pro interoperabilitu sub - systému „Hluk“* [online]. [cit. 2017-05-20]. ISSN 1214-9047. Dostupné z: https://vts.cd.cz/documents/51448/51685/18_komplet.pdf/9540bcfa-ec85-4b8e-8904-30024328f346
- [36] Podkladnice. *Wikipedia* [online]. [cit. 2017-05-21]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Podkladnice>
- [37] *ISO 226:2003 Equal Loudness Contours* [online]. [cit. 2017-05-22]. Dostupné z: <https://acousticsfirst.files.wordpress.com/2014/02/iso226graph.jpg>